

2.1. МАТЕМАТИКА

2.1.1. Характеристика контрольно-измерительных материалов

В 2010 г. экзаменационная работа по математике предлагалась в двух версиях. Первая версия по своему содержанию и структуре соответствовала вариантам предыдущих лет (2005–2009 гг.). Вторая версия отличалась от основной наличием в ее первой части дополнительно двух заданий по теме «Вероятность и статистика». Вопрос об участии региона, а также о выборе конкретных школ и классов для проведения экзамена по версии 2 решался региональными органами управления образованием.

Содержание экзамена 2010 г. регламентировалось Федеральным компонентом государственного стандарта основного общего образования по математике.

Ниже приводится характеристика 1 версии экзаменационной работы, необходимые комментарии по версии 2 даны в конце этого раздела.

Экзаменационная работа состоит из двух частей.

Часть 1 направлена на проверку овладения экзаменуемыми содержанием курса на уровне базовой подготовки. Эта часть содержит 16 заданий, в совокупности охватывающих все разделы курса и предусматривающих три формы ответа: задания с выбором одного ответа из четырех предложенных вариантов, задания с кратким ответом и задание на соотнесение.

При выполнении заданий первой части учащиеся должны продемонстрировать определенную системность знаний и широту представлений. Содержание этой части не ограничивается проверкой владения основными алгоритмами. Значительный акцент в ней делается на идейно-понятийной и практической составляющих.

Каждое задание первой части характеризуется четырьмя параметрами: содержание; категория познавательной области; уровень трудности; форма ответа.

Содержание. Для обеспечения достаточной детализации общего плана экзаменационной работы в арифметико-алгебраических блоках обязательно минимум содержания основных образовательных программ для версии 1 работы выделены следующие разделы: (1.1) *числа*, (1.2) *буквенные выражения*, (1.3) *преобразования алгебраических выражений*, (1.4) *уравнения*, (1.5) *неравенства*, (1.6) *последовательности и прогрессии*, (1.7) *функции и графики*.

В первой части работы представлены все перечисленные разделы, причем число заданий по каждому из них инвариантно для всех используемых планов вариантов КИМ и примерно соответствует удельному весу этого раздела в школьном курсе. Это обеспечивает репрезентативность первой части работы, полноту проверки подготовки выпускников на базовом уровне. Распределение заданий по указанным разделам приведено в таблице 1.1.

Таблица 1.1. Распределение заданий 1 части по разделам содержания

Чис- ла (1.1)	Буквен- ные вы- ражения (1.2)	Тождест- венные пре- образования (1.3)	Урав- нения (1.4)	Нера- венства (1.5)	Последо- ват. и про- грессии (1.6)	Функ- ции и графи- ки (1.7)	Всего
3	2	3	3	2	1	2	16

Категории познавательной области. Требования к уровню подготовки выпускников, задаваемые образовательным стандартом 2004 г., распределяются по трем рубрикам: знать/понимать, уметь, применять полученные знания в практических ситуациях. При разработке операциональных критериев успешности усвоения курса математики на базовом уровне, в силу особенностей и специфики предмета, категория «уметь» подразделена на две: умение действовать в соответствии с известным алгоритмом (правилом, планом, приемом) и умение решить математическую задачу, не сводящуюся к прямому применению алгоритма. В соответствии с этим каждое задание первой части экзаменационной работы соотносится с одной из четырех категорий познавательной области: *знание/понимание*, *умение применить алгоритм* (далее – алгоритм), *умение применить знания для решения математической задачи* (далее – решение задачи), *применение знаний в практической ситуации* (далее – практическое применение).

Ниже приводится характеристика каждой из выделенных категорий применительно к базовому уровню подготовки.

Знание/понимание: владение терминами, различными эквивалентными представлениями (например, числа); распознавание (на основе определений, известных свойств, сформированных представлений); использование различных математических языков (символического, графического, вербального), переход от одного языка к другому; интерпретация.

Алгоритм: использование формулы как алгоритма вычислений; применение основных правил действий с числами, алгебраическими выражениями; решение основных типов уравнений, неравенств, систем.

Решение задачи: умение решить математическую задачу, предполагающую применение системы знаний, включение известных понятий, приемов и способов решения в новые связи и отношения, распознавание стандартной задачи в измененной формулировке.

Практическое применение: умение выполнять задания, соответствующие одной из первых трех категорий данного списка, формулировка которых содержит практический контекст, знакомый учащимся или близкий их жизненному опыту.

Ориентировочная доля заданий, соответствующих каждой познавательной категории, представлена в таблице 1.2.

Таблица 1.2. Распределение заданий 1 части по видам познавательной деятельности

Знание/ понимание	Алгоритм	Решение задачи	Практическое применение	Всего
4 (5)	6 (5)	3 (4)	3 (2)	16

Планируемые *показатели сложности* заданий первой части работы (предполагаемый процент верных ответов) находятся в интервале от 60% до 90% (95%). Эти показатели определены на основе экспертной оценки, апробационных и мониторинговых исследований, а также результатов четырехлетнего опыта проведения экзамена в новой форме. В экзаменационной работе задания распределяются по уровню сложности следующим образом: 8 заданий уровня 80%–90% (95%), 4 задания уровня 70%–80% и 4 задания уровня 60%–70% выполнения. Такое соотношение позволяет осуществить принцип реалистичности экзаменационной работы.

Часть 2 направлена на проверку владения материалом на повышенном и высоком уровнях. Основное ее назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленных выпускников, в частности, потенциальных учащихся профильных классов.

Эта часть содержит 5 заданий из различных разделов курса, требующих развернутого ответа (с записью решения). Задания во второй части расположены по нарастанию сложности – от относительно простых до достаточно сложных, предполагающих свободное владение материалом и высокий уровень развития математических способностей.

Задания второй части экзаменационной работы направлены на проверку следующих качеств математической подготовки выпускников:

- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- умение решать комбинированные задачи, требующие интеграции знаний из различных тем курса алгебры; владение широким набором приемов и способов рассуждений;
- уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом.

Все задания второй части экзаменационной работы, так же, как и первой, базируются на материале арифметических и алгебраических блоков содержания математического образования, регламентируемого стандартом.

Для обеспечения достаточно полного представления программного материала во второй части работы блоки, в которых сконцентрирован значительный объем алгебраического материала, подлежащего проверке на повышенном уровне, подразделены на более мелкие разделы. В итоге каждое задание второй части соотносится с одним из следующих разделов: (2.1) *выражения и их преобразования*, (2.2) *уравнения*, (2.3) *неравенства*, (2.4) *текстовые задачи*, (2.5) *координаты и графики*, (2.6) *функции*, (2.7) *последовательности и прогрессии*. Блок «Числа» как самостоятельный здесь не выделяется – соответствующие умения используются в качестве аппарата в ходе решения заданий из других блоков.

Все пять задач второй части представляют разные разделы содержания. Задания расположены по нарастанию уровня сложности. Фактически во второй части работы представлены три разных уровня сложности. Первое задание (задание № 17 в экзаменационной работе) – самое простое. Как правило,

оно направлено на проверку владения формально-оперативными навыками: преобразование выражения; решение уравнения, неравенства, системы; построение графика. По уровню сложности это задание лишь немногим превышает обязательный уровень.

Следующие два задания (задания №18 и №19 экзаменационной работы) сложнее первого и в техническом, и в логическом отношении, при их выполнении часто приходится интегрировать знания из различных разделов курса, т.е. они, как правило, носят комплексный характер. При успешном выполнении первой части, правильное решение этих заданий уже обеспечивает получение отметки «5».

Последние два задания (№20 и №21) – наиболее сложные, они требуют свободного владения материалом и довольно высокого уровня развития математических способностей. Эти задачи рассчитаны на выпускников, изучавших математику более основательно, нежели в рамках пятичасового курса, – например, посещавших занятия с углубленным курсом математики, элективные курсы в ходе предпрофильной подготовки, математические кружки и пр. Хотя эти задания не выходят за рамки содержания, предусмотренного стандартом основной школы, при их выполнении выпускник имеет возможность продемонстрировать владение довольно широким набором некоторых специальных приемов (выполнение преобразований, решение уравнений, систем уравнений), проявить некоторые элементарные умения исследовательского характера.

Прогнозируемые результаты выполнения заданий второй части приведены в таблице 1.3.

Таблица 1.3. Прогнозируемый уровень сложности заданий части 2

Номер задания	17	18	19	20	21
Прогнозируемый уровень сложности	40–60%	20–40%	20–40%	менее 20%	менее 20%

Варианты контрольных измерительных материалов (КИМ) 2010 г. составлялись на основе двух планов, в двенадцати параллельных вариантах по каждому плану, всего было использовано 24 варианта.

Варианты КИМ *по версии 2* отличались, как говорилось ранее, от версии 1 только тем, что первая часть всех вариантов дополнительно к 16 заданиям включала два задания из раздела «*Элементы теории вероятностей и статистики*» (задания 17 и 18). Таким образом, работа содержала 23 задания (18 в первой части и 5 во второй). Критериальная база и схема перевода общего первичного балла в отметку по пятибалльной шкале не отличалась от версии 1, поэтому увеличение объема работы на два задания базового уровня не могло привести к снижению общих результатов.

2.1.2. Характеристика участников экзамена

В 2010 г. экзамен проводился более чем в 80 субъектах Российской Федерации. Экзамен сдавали более 850 тыс. выпускников. В отличие от преды-

душих лет, преобладал «сплошной» охват девятиклассников региона экзаменом в новой форме.

Для проведения анализа результатов экзамена были выбраны итоги государственной (итоговой) аттестации в новой форме выпускников пятнадцати регионов РФ. Общая численность выборки составила более 200 тыс. выпускников.

2.1.3. Общие результаты выполнения экзаменационной работы

В 2010 г. для проверки и оценки результатов выполнения экзамена по алгебре использовалась одна система оценивания, которая явилась вариацией модели 1, применявшейся в предыдущие годы. В соответствии с ней оценивание результатов выполнения экзаменационных работ осуществляется с помощью двух количественных показателей: традиционной отметки и общего первичного балла, назначение которого – более точная дифференциация выпускников по уровню математической подготовки. Принципиальной позицией является наличие минимального критерия: чтобы получить положительную оценку, экзаменуемый должен выполнить не менее восьми заданий 1-й части работы.

Подходы к начислению баллов за выполнение заданий части 1 и части 2 отличались от принятых в предыдущие годы. А именно, за каждое верно решенное задание *первой части* учащемуся начислялся 1 балл, за верное выполнение заданий *второй части* – 2 балла (задание 17), 3 балла (задания 18 и 19) и 4 балла (задания 20 и 21).

Общий первичный балл формировался путем простого суммирования баллов, полученных экзаменуемыми за выполнение 1-й и 2-й частей работы. В итоге за первую часть максимально можно было получить 16 баллов, за вторую – 16 баллов, за работу в целом – 32 балла. При этом задание второй части считалось выполненным верно, если экзаменуемый выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения был понятен ход его рассуждений и был получен верный ответ. Если в решении была допущена ошибка, не носящая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то выпускнику засчитывался балл, на один меньший указанного. Другие возможности не предусматривались.

В экзаменационной работе по версии 2 первая часть включала 18 заданий (плюс два задания по разделу «Вероятность и статистика»), и, соответственно, максимально могла быть оценена 18 первичными баллами, а вся работа в целом – 34 первичными баллами.

Представленные для статистической обработки экзаменационные работы распределились по двум версиям КИМ следующим образом: 1 версия – 169 004, 2 версия – 32 872 (всего 201 876 экзаменационных работ). Ниже в таблице 1.4 приводится распределение отметок при оценивании экзаменационных работ по каждой из этих версий.

Таблица 1.4. Распределение отметок, полученных выпускниками

Отметка по пятибалльной шкале	Количество отметок по пятибалльной шкале	
	Версия 1	Версия 2
«2»	19%	19%
«3»	41%	39%
«4»	27%	31%
«5»	13%	11%

2.1.4. Анализ результатов выполнения заданий экзаменационной работы

При анализе результатов экзамена выявлены некоторые тенденции в подготовке школьников путем сопоставления результатов 2010 г. и предыдущих лет по аналогичным заданиям. Однако необходимо иметь в виду, что возможности такого сопоставления ограничены, прежде всего, потому, что ежегодно анализируются результаты по различным регионам, например, в этом году в анализируемой выборке сменилась примерно половина регионов.

Следует отметить значительные различия в выполнении одних и тех же заданий по регионам (например, по отдельным заданиям части 1, выполнявшимся выпускниками различных регионов, интервал верных ответов составляет от 0% до 90%). Анализируемая выборка неравномерна с точки зрения количества экзаменуемых, типов образовательных учреждений, их удельного веса в общем числе участвующих в экзамене школ и пр. В связи с этим, средние данные, получаемые в результате статистической обработки материалов и представленные в данном отчете, могут не отражать положения дел в конкретных регионах.

Результаты выполнения заданий первой части работы

Ниже приведены результаты выполнения заданий по содержательным блокам, включаемым в проверку на базовом уровне (см. п. 2.1.1).

Таблица 1.5. Числа

№	Содержание задания	Познавательная категория	Выполнили верно
1.	Сравнение и упорядочивание десятичных дробей в ходе решения контекстной задачи	Практическое применение	65%
2.	Решение задачи с реальными данными на нахождение процентного отношения двух величин	Практическое применение	72%–77%
3.	Сравнение и упорядочивание «больших» чисел, представленных в стандартном виде	Практическое применение	91%
4.	Оценка квадратного корня целыми числами, определение его положения на координатной прямой	Алгоритм	86%

Результаты выполнения задач этих двух серий совпали с прогнозируемыми. Ошибки также стандартные: учащиеся находили не то отношение, которое нужно, либо не выражали найденное отношение в процентах, оставляя ответ в виде десятичной дроби. Закономерно, что задачи второй серии дали несколько более низкий процент выполнения, чем первой, так как в них известны не сами величины, а их отношение. Однако и этот результат следует признать удовлетворительным. Очевидно, что планомерная отработка темы «Проценты», стимулируемая экзаменом, приводит к тому, что учащиеся начинают достаточно свободно владеть этим понятием.

Две последние серии заданий относятся к категории *знание/понимание* и связаны с понятием квадратного корня. Анализ результатов их выполнения показывает, что, в принципе, понимают смысл записи вида « \sqrt{a} », умеют оценить квадратный корень целыми числами и указать его положение на координатной прямой 86% экзаменуемых. Однако второе задание, более легкое в техническом отношении, но требующее понимания базовых терминов «рациональное число» и «иррациональное число», вызвало значительные трудности. Примерно треть выпускников IX класса, изучавших в курсе математики вопрос о действительных числах, путают указанные термины или вовсе не понимают их смысла.

Таблица 1.6. Выражения. Преобразования выражений

№	Содержание задания	Познавательная категория	Выполнили верно
1.	Нахождение значения выражения с переменными при заданных значениях переменных	Алгоритм	65%–79%
2.	Составление выражения для вычисления площади фигуры	Задача	64%
3.	Соотнесение выражений (целых и дробных) с областью определения	Знание/понимание	79%
4.	Применение свойств степени с целым показателем	Алгоритм	63%–70%
5.	Действия с алгебраическими дробями	Алгоритм	65%–68%
6.	Применение некоторых основных правил действия с многочленами	Алгоритм	68%
7.	Разложение квадратного трехчлена на множители	Знание/понимание	73%

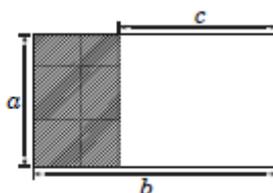
В таблице 1.6 представлены результаты выполнения заданий двух блоков: буквенные выражения и преобразование выражений. По результатам выполнения ни одно задание этих блоков не попало в разряд «легких». Остановимся на первом блоке.

Экзаменуемым требовалось найти значение многочлена с одной переменной при заданном значении переменной. В одной серии заданий вычисления сводились к умножению десятичных дробей на степени числа -10 и за-

тем сложению целых чисел с разными знаками ($0,6x^3 - x^2 + 50; x = -10$). В другой серии – к умножению десятичных дробей на степень числа -1 и последующему сложению десятичных дробей с разными знаками ($1,8x^3 + 2,6x^2 - 3; x = -1$). Хотя структура выражений, набор и последовательность действий, производимых экзаменуемыми, были одинаковы, результаты их выполнения значительно различаются. Второй случай оказался более простым для тестируемых (79% верных ответов). В первом же случае более трети выпускников IX класса не смогли выполнить стандартную процедуру (65% верных ответов). Дополнительные ошибки возникают при умножении десятичной дроби на единицу с нулями. Можно констатировать, что значительная часть выпускников основной школы не владеют элементарным набором базовых вычислительных умений, необходимых для продолжения изучения курса математики в старшем звене.

Значительные трудности вызвало задание на составление буквенного выражения по геометрическому рисунку. Приведем пример одного из вариантов задания.

Задание 4. *Запишите выражение для вычисления площади заштрихованной части прямоугольника.*



Площадь прямоугольника изучается в начальной школе. В основной школе рассматриваются площади значительно более сложных фигур и их конфигураций. Однако более трети девятиклассников не смогли справиться с этой элементарной задачей.

С заданиями на преобразование алгебраических выражений справились от 63% до 73% учащихся. Наиболее низкие результаты, как и в прошлые годы, показаны при выполнении заданий на умножение и деление алгебраических дробей (68% и 65% соответственно). Это еще раз говорит о том, что уровень сложности преобразований дробных выражений, традиционно предъявляемый всем школьникам при обучении, необоснованно высок и не приводит к необходимому результату.

Слабое владение материалом продемонстрировано и при выполнении заданий на свойства степени с целым показателем и действия с многочленами. Ниже приведены примеры заданий на степени.

Задание 5. *Какое из выражений равно степени 3^{k-2} ?*

- 1) $\frac{3^k}{3^{-2}}$ 2) $3^k - 3^2$ 3) $(3^k)^{-2}$ 4) $\frac{3^k}{3^2}$

Задание 6. Какое из следующих выражений равно дроби $\frac{3^n}{9}$? (В других вариантах – произведению $9 \cdot 3^n$.)

- 1) 3^{n-2} 2) $3^{\frac{n}{2}}$ 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ 4) $3^n - 3^2$

В первом случае, фактически, надо составить равенство, выражающее свойство частного степеней с одинаковым основанием, но записанное «справа налево». И уже это не позволило 30% выпускников распознать соответствующее свойство. Во втором случае задание сводится к прямому применению свойств произведения или частного степеней с одинаковым основанием, но предварительно следует одно из чисел представить в виде степени с нужным основанием. Это оказалось для девятиклассников еще труднее – почти 40% не смогли правильно применить соответствующее свойство.

Как показывает анализ ответов выпускников, допускались все предусмотренные в дистракторах ошибки. Наиболее распространенными явились ошибки, при которых учащиеся, преобразовывая выражение типа 3^{k-2} , представляли его в виде частного 3^k и 3^{-2} или в виде разности степеней $3^k - 3^2$; при преобразовании произведения типа $9 \cdot 3^n$ перемножали показатели степени вместо их сложения. Такого рода ошибки достаточно массово фиксировались и в прошлом году в ответах на задания, требовавшие преобразования степеней с целым показателем. Это говорит о стабильном и неслучайном характере указанных ошибок, что требует большего внимания этой теме в процессе обучения.

Овладение основными опорными алгоритмами действий с многочленами проверялось с помощью задания, в котором требовалось указать неверно выполненное преобразование. Каждое из предложенных в задании четырех равенств было основано на прямом применении единственного правила. К сожалению, результат оказался значительно ниже ожидаемого. Экзамены предыдущих лет показывали, что с несложными стандартными преобразованиями целых выражений выпускники справляются достаточно уверенно. Однако преобразования более простые, но представленные в нестандартной форме, а также требующие некоторой системы знаний, вызвали серьезные затруднения у многих школьников. Результаты выполнения обоих заданий свидетельствуют о том, что знания многих учащихся носят формальный характер.

Таблица 1.7. Уравнения. Неравенства

№	Содержание задания	Познавательная категория	Выполнили верно
1.	Решение уравнения, сводящегося к линейному с помощью преобразований	Алгоритм	64%–76%
2.	Понимание графической интерпретации системы двух уравнений с двумя пере-	Знание/понимание	69%

	менными		
3.	Графическая интерпретация системы двух уравнений с двумя переменными, решение системы двух уравнений, одно из которых второй степени	Решение задачи	52%
4.	Составление уравнения по условию текстовой задачи: -на движение -на площади	Решение задачи	58% 63%
5.	Решение квадратных неравенств	Алгоритм	47%
6.	Решение квадратного неравенства с опорой на готовый график	Зна- ние/понимание	53%
7.	Понимание геометрической и алгебраической трактовки отношений «больше» и «меньше»	Зна- ние/понимание	76%
8.	Применение свойств числовых неравенств	Зна- ние/понимание	78%

По заданиям этих блоков результаты ниже, чем по другим. Только три задания попали в категорию «средней» трудности. Это решение уравнения, которое после несложных преобразований сводится к линейному, а также два задания, проверяющие некоторые базовые знания по теме «Неравенства» – основные свойства числовых неравенств и связь между геометрическим и алгебраическим истолкованием отношений «больше» и «меньше». Все остальные задания, хотя среди них не было «неожиданных», оказались значительно труднее.

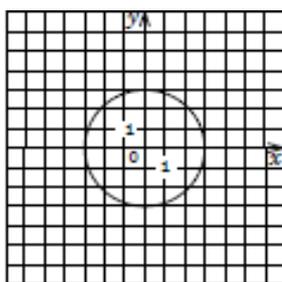
Как видно из приведенной таблицы, хуже всего выпускники справились с решением квадратного неравенства (47%). Это традиционная картина. Анализ результатов показал, что решение стандартного неравенства типа $x^2 - x - 12 \leq 0$ доступно преимущественно выпускникам, сдавшим экзамен на «5». Далеко не все из тех, кто сдал экзамен на «4», смогли найти множество его решений (четверть получивших хорошую отметку дали неверный ответ или не дали его вовсе). Как уже многократно отмечалось в аналитических отчетах о результатах экзамена, наиболее вероятной причиной этого положения дел является педагогически неоправданная традиция преподавания соответствующей темы, при которой игнорируется наглядный для учащихся и имеющий самостоятельную значимость графический метод решения квадратных неравенств, а вместо него используется метод интервалов, который стандартом отнесен к старшим классам и недоступен значительной части учащихся основной школы. Графическое же решение является более понятным для учащихся, о чем свидетельствуют результаты выполнения другого задания. В нем требовалось решить квадратное неравенство $x^2 \leq 3x$, используя изображенную на рисунке параболу $y = x^2 - 3x$. Результаты его выполнения выше (53% верных ответов). И это несмотря на то, что задача была ос-

ложнена необходимостью привести неравенство к виду, который позволяет воспользоваться данным в условии графиком.

Традиционно невысокие результаты показали девятиклассники при составлении уравнения по условию несложных стандартных текстовых задач.

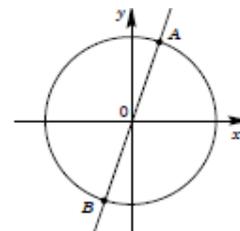
Также невысоки результаты выполнения заданий, связанных с графической интерпретацией решения системы двух уравнений с двумя переменными. Ниже приведены примеры подобных заданий.

Задание 7. *Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 9$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.*



- 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 3x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 4 + x \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 2 - x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = -3 \end{cases}$

Задание 8. *Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 10$, а прямая – уравнением $y = 3x$. Вычислите координаты точки А.*



В результатах выполнения этих заданий наблюдается значительная разница. Оба задания были отнесены к разряду трудных. Но результаты выполнения первого укладываются в прогнозируемый интервал, а результаты выполнения второго – ниже. Первое из этих двух заданий не связано с выполнением каких-либо вычислений или преобразований, оно направлено на проверку понимания сути проблемы и наличия знаний. Результаты показывают, что около 70% девятиклассников не только понимают суть графической иллюстрации решения системы двух уравнений с двумя переменными, но также знают как располагаются на координатной плоскости прямые в зависимости от задающих их уравнений.

Другое задание предполагает не только понимание существа дела, но и вычисление координат точек пересечения окружности и прямой, что осуществляется путем решения системы уравнений, в которой одно из уравнений имеет вторую степень. И неумение решать системы такого вида привело к более низким процентам выполнения. Как показывают результаты прошлых лет, с решением систем уравнений (даже линейных) справляются далеко не все девятиклассники.

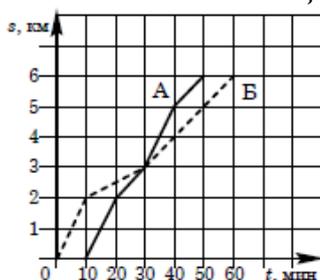
Таблица 1.8. Функции. Последовательности

№	Содержание задания	Познавательная категория	Выполнили верно
1.	Определение среди функций, заданных формулами, тех, графики которых проходят (не проходят) через начало координат	Знание/ понимание	72%
2.	Расположение графика функции вида $y = x^2 + c$ в координатной плоскости при конкретных значениях c	Знание/ понимание	69%
3.	Чтение графика реальной зависимости	Практическое применение	56%
4.	Решение простейшей задачи на понятие геометрической прогрессии	Знание/ понимание	78%
5.	Распознавание среди последовательностей, заданных первыми несколькими членами, арифметической прогрессии, геометрической прогрессии и последовательности, не являющейся арифметической или геометрической прогрессией	Знание/ понимание	69%

Анализ результатов показывает, что до 30% учащихся не овладели основными опорными знаниями, связанными с понятием функции и необходимыми для дальнейшего изучения в X–XI классах элементов математического анализа. Они не знают, как располагается на координатной плоскости график функции вида $y = x^2 + c$ (например, $y = x^2 + 1$) или не умеют построить такой график, не могут выяснить, как располагается относительно этого графика горизонтальная прямая, например, $y = 0$. Примерно у такой же части школьников не сформированы самые начальные представления о функциях. Они не смогли выбрать среди, например, функций: $y = x^2 - 2$, $y = x^2 + 2x$, $y = -\frac{2}{x}$, $y = 2x$, те, графики которых проходят через начало координат. Можно было поступать разными способами: кто-то мог ответить на вопрос, имея представление о том, как выглядят данные графики, а тот, кто не владеет таким представлением, мог подставить координаты точки $(0; 0)$ в формулу и выполнить простейшие вычисления. Такое умение составляет основу всей работы с графиками функций и, безусловно, входит в минимальный набор базовых умений, поэтому полученный результат хуже, чем объективно необходимый. Безусловно, те школьники, которые не могут ответить на данный вопрос, будут испытывать серьезные затруднения при изучении курса алгебры и начал анализа в старших классах.

Результаты выполнения задания на чтение реального графика значительно различаются по регионам. Отметим, что в обоих планах экзаменационной работы оно было фактически одним и тем же. Ниже приведен пример задания одного из вариантов.

Задание 9. *Антон и Борис совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s , которое пробежал каждый из них, от времени бега t . Кто потратил больше времени на всю дистанцию и на сколько минут?*



Ответ: _____

(Варианты вопросов: Кто кого догнал во время бега и через сколько минут после своего старта? Сколько километров оставалось Борису до финиша, когда Антон закончил бег?)

В среднем немногим более половины школьников правильно ответили на поставленный вопрос. Примерно такой же результат получается ежегодно. Однако в одной группе регионов (версия 1) средний процент выполнения оказался равным 49%, в другой (версия 2) – 62%. Отмечается также, что большое число учащихся, не дали никакого ответа на вопрос задачи (от 20% до 60% по разным регионам).

По разделу «Последовательности и прогрессии» трудным явилось задание на соотнесение последовательности, заданной первыми несколькими членами, с ее видом. Приведем пример задания одного из вариантов.

Задание 10. *Три последовательности, среди которых есть арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия, заданы несколькими первыми членами. Укажите для каждой последовательности соответствующее ей утверждение.*

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

- А) 1; 2; 4; 8; ...
- Б) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$
- В) 10; 7; 4; 1; ...

УТВЕРЖДЕНИЯ

- 1) Последовательность является арифметической прогрессией
- 2) Последовательность является геометрической прогрессией
- 3) Последовательность не является ни арифметической прогрессией, ни геометрической

Ответ:

А	Б	В

Надо сказать, что экзаменуемые легко справляются с ситуацией, в которой среди четырех последовательностей надо выбрать арифметическую или геометрическую прогрессию. Но объединение этих случаев в одно задание привело к значительно более низким результатам. Вообще, практика показывает наличие характерного для нашего времени недостатка в подготовке выпускников – многие из них не могут сосредоточиться и удерживать внимание, когда в задании требуется дать ответ не на единственный вопрос, а на два-три независимых вопроса, сделать два-три независимых умозаключения.

Анализ выполнения заданий по категориям познавательной деятельности показал, что наибольшую трудность для выпускников IX класса составляет категория «решение задачи»: процент верного выполнения соответствующих заданий находится в интервале от 52% до 64%. По остальным категориям трудность варьируется в зависимости от содержания заданий. Так, при выполнении заданий на применение алгоритмов в одном случае получен результат, ниже прогнозируемого (47% – решение квадратного неравенства), по пяти позициям содержания задания попали в разряд «трудных» (63%–68%), по трем – в разряд «средних» (70%–79%), и только по одной – в разряд «легких» (86%). Ряд заданий по категории «знание/понимание» в некоторых случаях оказался для девятиклассников трудным (67%–69%), в остальных – «средним» (72%–79%). И, наконец, среди заданий на практическое применение знаний и умений (так же как и на применение алгоритмов) присутствуют все упомянутые выше категории трудности (56%–91%).

Анализ выполнения заданий по форме ответа – выбор ответа или краткий ответ – показал, что в первом случае практически всегда присутствует ответ (верный или неверный), а во втором всегда есть определенный процент экзаменуемых, не давших никакого ответа, причем зачастую этот процент значителен. Однако результат, выражающийся в проценте верных ответов, не зависит от того, предлагаются ли экзаменуемым ответы для выбора, или требуется записать ответ самостоятельно.

Результаты выполнения заданий вероятностно-статистической линии

Раздел содержания математического образования «Элементы теории вероятностей, статистики и комбинаторики» включен в стандарт 2004 г. и в настоящее время представлен во всех учебниках, имеющих гриф Министерства образования и науки РФ. Экзамен по математике в IX классах в новой форме с включением в работу заданий вероятностно-статистической линии два года проводился в Саратовской области: в режиме эксперимента в 2008 г. его сдавали 199 учащихся из трех районов области, в 2009 г. – 2131 учащийся из 13 районов. В 2010 г. сделаны значительные шаги в решении вопроса включения заданий вероятностно-статистической линии в итоговую аттестацию по математике. Статистической обработке и анализу подверглись соответствующие экзаменационные работы около 20 тыс. учащихся Саратовской области и более 13 тыс. учащихся Забайкальского края.

На данном этапе было решено осуществлять проверку усвоения материала этой линии только на базовом уровне. В первую часть работы допол-

нительно были включены два задания (№17 и №18), одно из которых относилось к теории вероятностей, другое – к статистике. Таким образом, в режиме апробации первая часть экзаменационной работы состояла из 18 заданий. Ниже приведены примеры подобных заданий.

Задание 17. Из 1600 пакетов молока в среднем 80 протекают. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течет?

Ответ: _____

Задание 18. Для семи будильников нашли отклонение от точного времени (в минутах):

7, -3, 0, -4, 4, -2, 5.

На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

За выполнение этих заданий, как и за каждое задание первой части работы, начислялся 1 балл. Таким образом, за выполнение первой части учащиеся могли получить максимально 18 первичных баллов. Несмотря на увеличение количества заданий, и, соответственно, максимального первичного балла, критерии оценивания и схема перевода общего балла в отметку сохранялись те же, что и при оценивании экзаменационных работ по версии 1. Проверка выполнения дополнительных заданий осуществлялась экспертами предметной комиссии.

С заданием 17 справились 37% экзаменуемых (не приступили к выполнению 17%), с заданием 18 – 27% выпускников (не приступили к выполнению 25%). В таблице 1.9 даны результаты выполнения заданий 17 и 18 отдельными группами учащихся с различными отметками за выполнение экзаменационной работы.

Таблица 1.9. Средний процент выполнения заданий вероятностно-статистической линии

Номер задания	Отметка			
	«2»	«3»	«4»	«5»
17	7%	26%	56%	75%
18	7%	19%	38%	56%

Отметим, что эти результаты у всех категорий выпускников значительно ниже результатов по традиционным разделам курса математики. Это вполне ожидаемо в силу новизны проверяемого материала, неотработанности требований к результатам обучения, несовершенства методик преподавания этого раздела. Нельзя забывать, что в обоих регионах девятиклассники принимали участие в этом экзамене практически «полным составом». В целом, результаты говорят о реалистичности предъявляемых требований и хороших перспективах продолжения начатой работы.

Результаты выполнения заданий второй части работы

Основное назначение второй части экзаменационной работы – дифференцированная проверка усвоения алгебраического материала выпускниками с хорошей и отличной подготовкой. В анализируемых экзаменационных работах задания второй части в своей совокупности представляли следующие блоки содержания: выражения и их преобразования, уравнения и системы уравнений, неравенства, функции, координаты и графики, текстовые задачи.

Содержание заданий второй части экзаменационных работ и результаты их выполнения представлены в таблице 1.10. В последнем столбце этой таблицы приведен процент экзаменуемых, получивших за выполнение заданий части 2 максимальный балл.

Таблица 1.10. Результаты выполнения заданий части 2

№	Содержание задания	Уровень	Количество баллов	Выполнили верно
1.	Решение задачи в координатной плоскости на составление уравнения прямой, параллельной данной и проходящей через заданную точку	П1	2	17%
2.	Решение уравнения с переменной в знаменателе	П1	2	40%
3.	Исследование системы трех уравнений с двумя переменными (с буквенным коэффициентом)	П2	3	33%
4.	Сокращение алгебраической дроби	П2	3	20%
5.	Преобразование дробного выражения (все действия)	П2	3	19%
6.	Решение задачи в координатной плоскости на составление уравнения прямой, проходящей через две точки	П2	3	18%
7.	Решение текстовой задачи: -на движение -на проценты	В В	4 4	2% 14%
8.	Исследование области определения выражения, содержащего квадратные радикалы	В	4	9%
9.	Исследование взаимного расположения графика кусочно-заданной функции и прямой $y = p$	В	4	8%

Необходимо отметить наличие значительного разброса результатов выполнения заданий по регионам. При этом процент верного выполнения практически никогда не превышает прогнозируемого, а во многих случаях значительно ниже.

Первое задание основано на базовом знании условия параллельности двух прямых на координатной плоскости, входящего в набор опорных знаний для изучения в последующих классах курса алгебры и начал анализа. Если экзаменуемый знает, что параллельные прямые имеют один и тот же угловой коэффициент, то задача сводится к решению простого линейного уравнения и решается «в одно действие». И если задача не решена, то это может быть

связано только с незнанием указанного факта. Процент выполнения этого задания крайне низок. Полученный результат, как и результаты некоторых заданий части 1 по теме «Функции», позволяет предположить, что при изучении элементов математического анализа в X–XI классах многие школьники будут испытывать серьезные трудности.

Результат выполнения рассмотренного задания практически совпадает с результатом выполнения задания на составление уравнения прямой, проходящей через две точки (таблица 1.10, п. 6), которое является более трудным в идейном и в техническом отношении. Следует, правда, отметить, что решались они в разных регионах, причем первое в том, где результаты выполнения заданий с функциональной тематикой из первой части работы ниже.

Результаты выполнения заданий по блоку «Уравнения» (и на 2 балла, и на 3 балла) вполне удовлетворительны. Что же касается техники преобразований дробных выражений, то она (как и на базовом уровне), сформирована в недостаточной степени. В то же время, владение формально-оперативными умениями на уровне, требующем уверенного применения алгебраического аппарата к решению математических задач, важно для учащихся, которые предполагают изучать профильную математику в старших классах.

Последние два задания экзаменационной работы (пункты 7–9 таблицы) относятся к категории высокого уровня, являются нестандартными для основной школы и встречаются чаще в курсах повышенного уровня. Фактические знания, требуемые для их решения, не выходят за рамки обязательного минимума содержания, но чтобы решить их, надо свободно владеть этими знаниями и уметь применить их в нужной ситуации. Результаты по этим задачам удовлетворительные, укладываемые в прогнозируемый диапазон сложности (за исключением текстовой задачи на движение). Те учащиеся, которые справляются с решением этих задач, безусловно, демонстрируют высокий уровень математической подготовки и логического мышления, умение анализировать условия заданий, строить алгебраические модели ситуаций, близких к реальным. Учащиеся, решившие их, несомненно, отличаются высоким уровнем математической подготовки и составляют потенциал профильных классов с углубленным изучением математики в старшем звене школы.

2.1.5. Анализ выполнения заданий выпускниками с различным уровнем подготовки

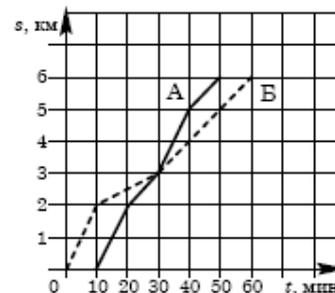
Для того чтобы выявить особенности математической подготовки выпускников каждой из групп, выделенных по итогам экзамена, был проведен анализ результатов по двум аспектам: выявление специфики выполнения экзаменационной работы каждой группой выпускников и сравнение результатов выполнения заданий экзаменуемыми разных групп.

Остановимся на первом аспекте.

Экзаменуемые, получившие отметку «5», в целом продемонстрировали очень хорошее владение материалом на уровне базовой подготовки. Результаты выполнения заданий первой части экзаменационной работы находятся в

интервале от 90% до 97%. Чуть ниже оказались результаты выполнения задания 16, связанного с графиками реальных зависимостей, – с ним справились 80% учащихся данной группы.

Задание 13 (план 1). Антон и Борис совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s , которое пробежал каждый из них, от времени бега t . Кто потратил больше времени на всю дистанцию и на сколько минут?



Ответ: _____

Средние проценты выполнения этой группой выпускников заданий повышенного и высокого уровней сложности (вторая часть экзаменационной работы) представлены в таблице 1.11.

Таблица 1.11. Выполнение заданий части 2 отлично подготовленными учащимися (сред. %)

Номер задания	17	18	19	20	21
Средний процент выполнения	81%	80%	86%	67%	34%

Выпускники, получившие отметку «5», естественным образом подразделяются на три группы. Чуть меньше половины таких учащихся (6% от общего числа выпускников) имеют «минимальную пятерку» с рейтингом 22–24 первичных балла, приблизительно столько же (5% от общего числа выпускников) имеют «пятерку» с высоким рейтингом – от 25 до 28 первичных баллов. И наконец, «пятерку» с очень высоким рейтингом – 29–32 первичных балла – имеют около 2% учащихся.

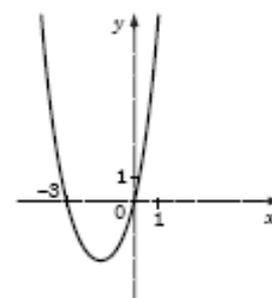
Экзаменуемые, получившие отметку «4», продемонстрировали стабильное владение материалом на уровне базовой подготовки. Результаты выполнения 14-ти заданий первой части экзаменационной работы находятся в этой группе в пределах от 81% до 92,5%. Несколько более низкие показатели у данной группы по заданиям 13 и 16, процент выполнения 74% и 71% соответственно.

Задание 13 (план 1). Решите неравенство $x^2 - x - 12 \leq 0$.

Ответ: _____

Задание 13 (план 2). На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 3x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < -3x$.

Ответ: _____



Средние проценты выполнения этой группой учащихся заданий 2-й части работы представлены в таблице 1.12.

Таблица 1.12. Выполнение заданий части 2 хорошо подготовленными учащимися (сред. %)

Номер задания	17	18	19	20	21
Средний процент выполнения	44%	27%	43%	14%	3%

Как и в предыдущие годы, немногим менее половины выпускников, получивших отметку «4» (11% от общего числа экзаменуемых), имеют рейтинг 15–16 первичных баллов. Это «минимальная четверка», характеризующая, в основном, подготовку тех выпускников, которые выполнили 12–16 заданий первой части и одно несложное задание из второй. В то же время можно выделить достаточно большую группу сильных «четверочников» (5,5% от общего числа учащихся), рейтинг которых составил 20–21 первичный балл. Уровень их подготовки можно считать близким к «пятерке»: у них в полной мере сформированы базовые знания и умения и они способны находить пути решения задач в ситуациях, отличающихся от стандартных.

Экзаменуемые, получившие отметку «3», продемонстрировали нестабильное владение материалом на уровне базовой подготовки. Результаты выполнения основной части заданий этой группой находятся в широком интервале: от 60% до 80%. Следует отметить и довольно низкую верхнюю границу интервала, и серьезный отрыв показателей данной группы от предыдущей. Кроме того, для экзаменуемых этой группы уже имеет значение форма ответа: задания с кратким ответом они выполняют приблизительно на 10% хуже заданий с выбором ответа.

Как и для участников двух предыдущих групп, трудными здесь оказались задание 13 и задание 16 (процент выполнения от 42% до 53% соответственно).

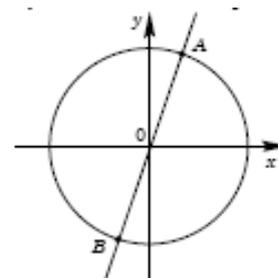
Что касается второй части работы, то выпускники этой группы имели реальный шанс справиться лишь с заданием 17 и заданием 19 (выполнили их 12% и 11% «троечников» соответственно). Результат выполнения всех прочих заданий составляет не более 3%.

Экзаменуемых, набравших 12–14 баллов, можно отнести к категории «твердых троечников»: они выполнили больше половины заданий первой части работы, а некоторые из них и первое задание второй части. Таких выпускников около 20% от общего числа участников экзамена.

Экзаменуемые, получившие отметку «2», не продемонстрировали владение материалом на уровне базовой подготовки. Проценты выполнения заданий в этой группе находятся в широком диапазоне от 8% до 56%, а средний процент – 26%. Наиболее стабильные результаты – более 40% – показаны по заданиям, относящимся к содержательным блокам «Числа» и «Последовательности».

Хуже всего учащиеся этой группы справились с заданиями 13 (8%), 10 (10%) и 7 (16%).

Задание 10 (план 1). Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 10$, а прямая — уравнением $y = 3x$. Вычислите координаты точки A.



Ответ: _____

Задание 7 (план 2). Упростите выражение

$$\frac{a^2 - b^2}{5a^2} \cdot \frac{a}{3a + 3b}$$

Ответ: _____

Обратимся ко второму аспекту. Совершенно очевидно, что при квалифицированно составленной работе по каждому заданию будет получена одна и та же «картина»: «двоечники» выполнили его хуже «троечников», «троечники» хуже «четверочников», а «четверочники» хуже «пятерочников». Но можно сделать и несколько более информативных наблюдений.

Задачей первой части работы является выявление уровня базовой подготовки, но при этом она выполняет и задачу дифференциации экзаменуемых по уровню подготовки. В меньшей степени это относится к сильным выпускникам, тем не менее, средний процент выполнения заданий экзаменуемыми, получившими отметку «4», отличается от среднего процента выполнения заданий участниками, получившими отметку «5», на 8% (см. таблицу 1.13). Более тонко эти две группы выпускников дифференцируются второй частью работы. А вот дифференциация следующих групп уже более ощутима: по отметкам «3» и «4» результаты различаются на 19%, по отметкам «2» и «3» — на 41%.

Таблица 1.13. Выполнение заданий части 1 учащимися с различным уровнем подготовки

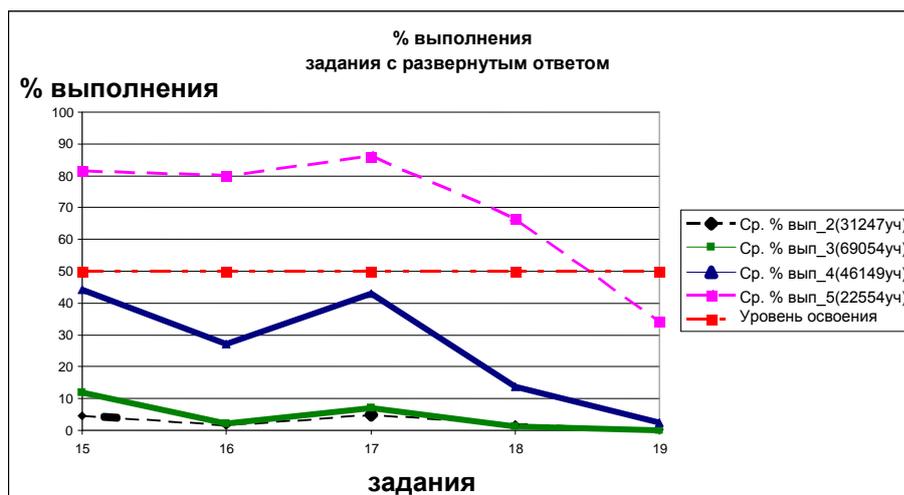
Отметка за экзамен	«5»	«4»	«3»	«2»
Средний процент выполнения заданий части 1	94%	86%	67%	26%
Снижение относительно предыдущей группы	-	8%	19%	41%

Из приведенной таблицы видно, что при переходе от одной группы экзаменуемых к другой средний процент выполнения заданий падает, причем от группы «троечников» к группе «двоечников» — более чем в 2 раза. Последнее, в частности, свидетельствует о том, что «уровень незнания» реально расположен очень «глубоко». В подтверждение этого соображения можно также сравнить средние проценты выполнения заданий с выбором ответа и с кратким ответом экзаменуемыми, получившими отметку «2» — 37% и 20% соответственно. (Заметим, что уже у ближайшей группы — «троечников» — эта разница не столь велика — 71% и 63%, а у «четверочников» ее почти нет — 87% и 85% соответственно.) Столь существенное различие, с одной стороны, объясняется тем, что слабый ученик не уверен в своих силах и чувствует себя психологически более комфортно, когда ему даны варианты ответа и он может выбрать из этого набора тот, который получен им, чем когда он должен

записать свой, полученный самостоятельно. Кроме того, здесь нельзя исключать и случайный выбор ответа, и возможность подсказки.

Сравнивая результаты выполнения выделенными группами экзаменуемых отдельных заданий второй части работы, можно отметить следующее. Результаты выполнения уже первого, наиболее простого, задания второй части существенно различаются: группа «четверочников» выполнила его на 40% хуже группы «пятерочников», а «троечники» на 30% хуже «четверочников». Результаты выполнения заданий 18–21 группой «троечников» не превышают 10%.

Рисунок 1.1. Выполнение заданий части 2 учащимися с различным уровнем подготовки



Полученные данные лишней раз указывают на необходимость дифференцированного подхода к обучению и, в частности, при организации предэкзаменационного повторения учителю необходимо иметь реальные представления об уровне подготовки каждого учащегося и ставить перед ним ту цель, которую он может реализовать.

При подготовке к экзамену следует нацеливать определенную часть учащихся на безошибочное выполнение первой части, правильно расставляя акценты и учитывая их реальные возможности. Например, имеет смысл обращать больше внимания на понятийную сторону, конечно не в ущерб алгоритмической составляющей. Вспомним, например, о том, что базовые задания 13 и 16 не смог выполнить каждый четвертый «хорошист».

Это же соображение можно отнести и к группе «троечников». Особенность их подготовки состоит в том, что они освоили алгоритмическую составляющую курса, но имеют существенные пробелы в понятийной стороне. Возможно, отсюда и проблемы с решением задач, в которых нет четкого алгоритма, а известны лишь общие соображения, из которых учащимся должно быть самостоятельно «собрано» решение задачи.

И конечно, при подготовке к экзамену не следует забывать, что последние два задания экзаменационной работы предназначены для выпускников, имеющих уровень владения материалом, предъявляемым к учащимся классов с углубленным изучением математики, или учащихся с неординарными математическими способностями. Задания такого уровня – недостижи-

мая планка для класса с 5–6 уроками математики в неделю. А 13,8% и 2,5% «четверочников», решивших, соответственно, задачи 20 и 21 – это учащиеся не традиционных общеобразовательных, а математических классов, имеющие значительные пробелы, в том числе, к сожалению, в базовой подготовке.

2.1.6. Выводы и рекомендации

1. За несколько лет (с 2004 г.) проведения экзамена по алгебре в IX классе в новой форме число участников постоянно растет. Можно считать, что экзамен стал массовым.

2. В 2010 г., как и в предыдущие годы, регионы, в которых выпускники сдавали экзамен в новой форме, могут быть подразделены на три неравные группы. Первая – это регионы, в которых его сдавали практически все выпускники. Вторая – регионы, в которых сосуществуют и новая, и традиционная формы проведения экзамена, причем доля участников экзамена в новой форме достаточно велика (в значительной части регионов она составляет не менее 40%). И третья – это регионы, находящиеся на начальном этапе освоения новой формы экзамена. Они характеризуются добровольным участием отдельных школ в новой форме аттестации. Однако, в отличие от предшествующих лет, в 2010 г. преобладали регионы со «сплошным» охватом девятиклассников экзаменом в новой форме.

3. Анализ результатов экзамена, проведенный в 2010 г., в совокупности с качественными и количественными результатами прошлых лет позволяет выявить некоторые проблемы в системе обучения арифметике и алгебре в основной школе. По всем содержательным блокам в отдельных регионах (из анализировавшейся выборки) выявились серьезные недостатки в подготовке учащихся. Многие выпускники продемонстрировали невладение важнейшими элементарными умениями, безусловно, являющимися опорными для дальнейшего изучения курса математики и смежных дисциплин. Это, прежде всего, элементарные действия с целыми выражениями и алгебраическими дробями, применение свойств степени с целым показателем; понимание графической интерпретации уравнений с двумя переменными и их систем; перевод условия задачи на математический язык (составление выражения, уравнения); решение квадратных неравенств; работа с графиками реальных зависимостей.

4. При выполнении первой части работы экзаменуемых, как это наблюдалось и в предыдущие годы, в наибольшей степени затруднили задания, относящиеся к категории «решение задач». При этом трудность была связана не с применением вычислительных алгоритмов, а с неумением разобраться в несложной фабуле. Также вызывают затруднения задания, в которых требуется интерпретировать условие, переходить с одного математического языка на другой (например, с графического на аналитический). Это, по всей видимости, связано с тем, что такого рода задания для итоговой аттестации являются качественно новыми и нужные акценты в учебном процессе по разным причинам еще недостаточно расставлены.

5. Анализ выполнения заданий по категориям познавательной деятельности показал, что наибольшую трудность для выпускников IX класса, как и

в предшествующие годы, составляет категория «решение задачи», процент верного выполнения соответствующих заданий находится в пределах от 52% до 64%. По остальным категориям трудность варьируется в зависимости от содержания заданий. Вновь подтверждаются выводы прошлых лет, связанные с владением учащимися базовыми алгоритмами. В противовес бытующему мнению, результаты свидетельствуют о том, что владение основными, опорными алгоритмами также часто находится ниже уровня, обязательного для продолжения изучения математики в старшем звене школы.

6. Сравнивая результаты выполнения заданий экзаменационной работы группами экзаменуемых с различным уровнем подготовки, можно отметить следующее. Уже результаты выполнения первой части работы дают возможность провести некоторую дифференциацию выпускников. В среднем интервал, в котором находятся проценты выполнения заданий базового уровня учащимися, получившими отметку «4», отличается от интервала, в котором находятся проценты выполнения заданий экзаменуемыми, получившими отметку «5», на 5%–10%. Более тонко эти две группы выпускников дифференцируются второй частью работы. Дифференциация следующих групп более ощутима: по отметкам «3» и «4» интервалы различаются на 10%–20%, по отметкам «2» и «3» – на 50% и более. Последнее свидетельствует о том, что «уровень незнания» расположен очень низко.

Сравнивая результаты выполнения выделенными группами отдельных заданий второй части работы, можно констатировать, что результаты выполнения уже первого, наиболее простого, задания второй части существенно различаются: группа «четверчников» выполнила его на 20%–40% хуже группы «пятерчников».

Результаты выполнения заданий №18–21 экзаменационной работы группой «троечников» находятся практически на нулевом уровне. Это лишний раз указывает на необходимость дифференцированного подхода к обучению, в частности, при подготовке к экзамену: учителю необходимо иметь реальные представления об уровне подготовки каждого учащегося и ставить перед ним ту задачу, которую он может выполнить.

7. Включение в экзамен (версия 2) заданий по вероятностно-статистической линии курса математики основной школы для проверки усвоения соответствующего материала на базовом уровне в целом показало принципиальную возможность развития содержания экзамена в этом направлении. Увеличение первой части экзаменационной работы за счет двух дополнительных заданий из нового содержательного блока не потребовало существенного изменения условий проведения экзамена и кардинального пересмотра системы оценивания.

8. Ближайшей перспективой развития содержания и структуры государственной (итоговой) аттестации по математике в IX классе является проведение экзамена, включающего в себя вопросы по всему курсу – арифметике, алгебре, стохастике и геометрии. Это, естественно требует некоторого пересмотра подходов к отбору содержания экзаменационной работы, к ее структуре и условиям проведения. Первый шаг в этом направлении будет осуществлен уже в следующем учебном году, материалы для широкого обсуждения будут представлены к началу учебного года.

Методическую помощь учителю и учащимся при подготовке к экзамену в новой форме могут оказать материалы с сайта ФИПИ (www.fipi.ru):

- документы, определяющие структуру и содержание КИМ для государственной (итоговой) аттестации по математике выпускников IX классов (в новой форме) 2011 г. (кодификатор элементов содержания, спецификация и демонстрационный вариант КИМ);
- учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ выпускников IX классов 2011 г.
- перечень учебных изданий, разработанных специалистами ФИПИ или рекомендуемых ФИПИ для подготовки к экзамену в новой форме.