**Дидактические материалы по геометрии для 9 класса**

#### П Р Е Д И С Л О В И Е

 Предлагаемые дидактические материалы по геометрии предназначены для работы в 9 классе по учебнику: Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений (М.: Мнемозина). Вместе с тем, их можно использовать при работе и по другим учебникам геометрии для 7-9 классов, входящим в Федеральный перечень учебной литературы.

 В учебное пособие включены математические диктанты, самостоятельные и контрольные работы, тесты, задачи с практическим содержанием и с элементами стереометрии.

*Диктанты* представлены в двух вариантах ко всем пунктам названного учебника. Это задания с пропусками, которые заполняются учениками. Как правило, математический диктант проводится в начале урока в течение небольшого промежутка времени (оптимально 7-8 мин.). Он хорошо активизирует учебную деятельность школьников, способствует систематизации, обобщению знаний учащихся, повторению теоретического материала. Выполнять записи лучше на специальных листочках с копировальной бумагой. После выполнения заданий первые экземпляры сдаются учителю, а копии остаются для проверки, которую нужно провести сразу, например, через кодоскоп, это быстро и удобно.

*Самостоятельные работы* – разноуровневые, они также даются к каждому пункту учебника. Предусмотрено два равноценных варианта. В каждом из них по 6 заданий, которые распределены по трем уровням: первые два задания легче (они отмечены кружком), вторые два – это задания базового, стандартного уровня и последние два – повышенного уровня трудности (помечены звездочкой). В самостоятельные работы включены разнообразные задачи на доказательство, вычисление и построение. Они помогут лучше освоить содержание обучения геометрии, сформировать необходимые представления, выработать практические навыки, развить логическое мышление, проверить качество освоения материала.

*Контрольные работы* охватывают все основные разделы курса геометрии 9 класса, их шесть, в соответствии с программой изучения. Каждая контрольная работа дается в двух равноценных вариантах. Последнее задание, отмеченное звездочкой, относится к повышенному уровню трудности.

Предлагаемые *тесты* посвящены основным темам курса геометрии 9 класса. Их всего шесть по 20 заданий в каждом. Они предназначены для проверки успешности усвоения школьниками учебного материала. Тесты не содержат громоздких вычислений и охватывают, по возможности, все основные понятия изученной темы. К каждому тестовому заданию предлагается несколько (как правило, четыре) вариантов ответов, из которых ученик должен выбрать один, верный, по его мнению.

В пособие включены, так называемые, *задачи с практическим содержанием*. Основная их дидактическая функция заключается в том, чтобы продемонстрировать учащимся непосредственную связь школьной геометрии с реальной жизнью. Это очень важный компонент обучения, который помогает учащимся лучше осознать значение геометрии и обеспечивает действенность геометрических знаний. Помимо сказанного, серьезным аспектом решения таких задач является формирование у школьников понятия математической модели: сначала перевод практической ситуации на язык геометрии, геометрическое решение и интерпретация полученного решения, т.е. возвращение к практической стороне исходной задачи. Именно так решаются настоящие прикладные задачи на производстве, в технике, науке, сельском хозяйстве и других областях.

Разработанный курс геометрии для основной школы представляет собой систематический курс планиметрии с включением в него элементов стереометрии. Последние нужны для развития пространственных представлений учащихся и подготовке к изучению систематического курса стереометрии старших классов. В данное пособие включены соответствующие упражнения на изображение простейших пространственных ситуаций, чтение пространственных чертежей, распознавание изучаемых плоских фигур на неплоских пространственных фигурах, применение планиметрических теорем в пространственных ситуациях, рассмотрение аналогий и т.п. *Начала стереометрии* (пункты 77-90 учебника) в шестом параграфе настоящего пособия.

В седьмом параграфе предлагаются *задачи для итогового повторения*.

Завершается пособие ответами к самостоятельным, контрольным работам, представленным задачам и тестам.

 **§ 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ**

**57. Измерение площадей. Площадь прямоугольника**

В а р и а н т 1

1. Измерение длины отрезка основано на сравнении… .

2. За единицу измерения площадей принимается … .

3. Квадратным дециметром называется … .

4. Площадью фигуры называется … .

5. Площадь квадрата равна … .

6. Периметр квадрата, имеющего площадь 36 см2, равен … .

# В а р и а н т 2

1. Измерение площади фигуры основано на сравнении … .

2. Единичным квадратом называется … .

3. Квадратным километром называется … .

4. Две фигуры называются равновеликими, если … .

5. Площадь прямоугольника равна … .

6. Площадь квадрата, имеющего периметр 36 см, равна … .

**58. Площадь параллелограмма**

# В а р и а н т 1

1. Параллелограммом называется … .

2. Площадь ромба равна произведению его стороны на … .

3. Площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных сторон на … .

4. Если ромб и квадрат имеют соответственно равные стороны, то меньшая площадь будет у … .

5. Диагональ единичного квадрата равна …

6. Площадь ромба со стороной 4 см и углом 60° равна … .

# В а р и а н т 2

1. Ромбом называется … .

2. Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на … .

3. Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на … .

4. Если прямоугольник и параллелограмм имеют соответственно равные стороны, то большая площадь будет у … .

5. Диагональ квадрата равна  см, площадь квадрата составит … .

6. Площадь ромба со стороной 5 см и углом 150° равна … .

**59. Площадь треугольника**

# В а р и а н т 1

1. Треугольником называется … .

2. Катетами прямоугольного треугольника называются … .

3. Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на … .

4. Площадь прямоугольного треугольника равна … .

5. Площадь равностороннего треугольника со стороной 2 дм равна … .

6. Средняя линия треугольника, площадь которого равна *Q*, отсекает от него треугольник площади … .

# В а р и а н т 2

1. Высотой треугольника называется … .

2. Прямоугольным треугольником называется … .

3. Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на … .

4. Площадь прямоугольного треугольника с катетами 10 см и 11 см равна … .

5. Высота равностороннего треугольника со стороной 6 дм равна … .

6. Площадь треугольника, образованного средними линиями другого треугольника площади *Q*, равна … .

**60. Площадь трапеции**

# В а р и а н т 1

1. Площадь ромба с диагоналями 6 см и 7 см равна … .

2. Равнобедренной трапецией называется … .

3. Основаниями трапеции называются … .

4. Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на … .

5. Высотой прямоугольной трапеции является … .

6. Прямая, проходящая через середину средней линии трапеции и пересекающая ее основания, делит эту трапецию на … .

# В а р и а н т 2

1. В треугольнике площади *S* проведена медиана, она разделила его на треугольники, площади … .

2. Трапецией называется … .

3. Высотой трапеции называется … .

4. Площадь трапеции равна произведению средней линии на … .

5. Прямоугольной трапецией называется … .

6. Площадь равнобедренной трапеции с основаниями 4 см, 8 см и углом 45° равна … .

**61. Площадь многоугольника**

# В а р и а н т 1

1. Все диагонали, проведенные из одной вершины *n*-угольника, разбивают его на … .

2. Многоугольник называется описанным около окружности, если … .

3. Площадь произвольного многоугольника можно находить … .

4. Площадь правильного *n*-угольника выражается формулой … .

5. Площадь ромба с диагоналями 15 см и 3 см равна … .

6. Периметр многоугольника площади 6 см2, описанного около окружности радиуса 5 см, равен … .

# В а р и а н т 2

1. Внутренняя точка *n*-угольника соединена отрезками со всеми его вершинами, при этом получилось … треугольников.

2. Окружность называется вписанной в многоугольник, если … .

3. Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна … .

4. Площадь четырехугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна … .

5. Площадь правильного шестиугольника со стороной *a*, равна … .

6. Многоугольник с периметром 7 см, описанный около окружности радиуса 3 см, имеет площадь … .

**62 . Площадь круга и его частей**

# В а р и а н т 1

1. Площадью круга считают число, к которому … .

2. Длина окружности радиуса *R* равна … .

3. Площадь круга диаметра *D* равна … .

4. Круговым сектором называется … .

5. Площадь сегмента, соответствующего сектору с центральным углом  круга радиуса *R*, равна … .

6. Площадь сектора с ограничивающей его дугой длины *l* круга радиуса *R*, равна … .

# В а р и а н т 2

1. Длиной окружности считают число, к которому … .

2. Длина окружности диаметра *D* равна … .

3. Площадь круга радиуса *R* равна … .

4. Круговым сегментом называется … .

5. Площадь сектора с центральным углом  круга радиуса *R* равна … .

6. Длина дуги окружности радиуса *R* вычисляется по формуле … .

**63. Площади подобных фигур**

# В а р и а н т 1

1. Два треугольника называются подобными, если … .

2. Подобием называется преобразование плоскости, при котором … .

3. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то … .

4. Если три стороны одного треугольника … то такие треугольники подобны.

5. Отношение площадей подобных фигур равно … .

6. Площади подобных многоугольников относятся как 5 : 9, их периметры относятся как … .

# В а р и а н т 2

1. Два многоугольника называются подобными, если … .

2. Коэффициентом подобия называется … .

3. Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен углу другого прямоугольного треугольника, то … .

4. Если две стороны одного треугольника … двум сторонам другого треугольника и углы между ними равны, то … .

5. Площади подобных многоугольников относятся как … .

6. Периметры подобных многоугольников относятся как 4 : 3, их площади относятся как … .

**64\*. Изопериметрическая задача**

# В а р и а н т 1

1. Задачей Дидоны является задача … .

2. Изопериметрическими фигурами называются … .

3. Среди всех замкнутых кривых данной длины наибольшую площадь … .

4. Максимальная фигура ограничена … .

5. Периметр прямоугольника равен 12 см, тогда его площадь не превосходит … .

# В а р и а н т 2

1. Изопериметрическая задача заключается в … .

2. Периметром фигуры называется … .

3. Максимальной называется фигура … .

4. Максимальная фигура является … .

5. Периметр прямоугольника равен 36 см, тогда его площадь не превосходит … .

**65\*. Равносоставленность и задачи на разрезание**

# В а р и а н т 1

1. Две фигуры называются равносоставленными, если … .

2. Любые два равновеликих многоугольника … .

3. Если две фигуры равносоставлены, то они … .

4. Чтобы разрезать треугольник на две равновеликие части, нужно … .

5. Чтобы перекроить ромб в квадрат, нужно … .

# В а р и а н т 2

1. Две фигуры называются равновеликими, если … .

2. Две фигуры, равносоставленные с третьей фигурой, … .

3. Если два многоугольника равновелики, то они … .

4. Чтобы разрезать треугольник на четыре равновеликие части, нужно … .

5. Чтобы перекроить параллелограмм в прямоугольник, нужно … .

**66. Прямоугольная система координат**

# В а р и а н т 1

1. Координатной осью называется … .

2. Началом координат называется … .

3. Прямоугольной системой координат на плоскости называется … .

4. Осью ординат называется … .

5. Абсциссой точки называется … .

6. Координаты точки на плоскости называются декартовыми, так как … .

# В а р и а н т 2

1. Координатной прямой называется … .

2. Координатой точки на координатной прямой называется … .

3. Координатной плоскостью называется … .

4. Осью абсцисс называется … .

5. Ординатой точки называется … .

6. Система координат на плоскости называется декартовой, потому что … .

**67. Расстояние между точками. Уравнение окружности**

# В а р и а н т 1

1. Середина отрезка *MN*, где *M*(0, 1), *N*(-2, 8), имеет координаты … .

2. Расстояние между точками *A*1(*x*1, *y*1), *A*2(*x*2, *y*2) выражается формулой … .

3. Окружность задается … .

4. Расстояние между точками *E*(5, 0) и *F*(-1, 0) равно … .

5. Окружность, заданная уравнением *x*2 + *y*2 – 2*x* – 3 = 0, имеет радиус … .

6. Центр окружности, заданной уравнением *x*2 + *y*2 + 2*x* – 2*y* – 8 = 0, имеет координаты … .

# В а р и а н т 2

1. Середина отрезка *KL*, где *K*(5, -6), *L*(-2, 0), имеет координаты … .

2. Расстояние между точками *B*1(*b*1), *B*2(*b*2) выражается формулой … .

3. Круг задается … .

4. Расстояние между точками *C*(0, -5) и *D*(0, 2) равно … .

5. Центр окружности, заданной уравнением *x*2 + *y*2 + 4*x* – 4 = 0, имеет координаты … .

6. Окружность, заданная уравнением *x*2 + *y*2 + 6*y* – 4*x* – 12 = 0, имеет радиус … .

**68. Векторы. Сложение векторов**

# В а р и а н т 1

1. Вектором называется … .

2. Вектор с началом в точке *H* и концом в точке *P* обозначается … .

3. Модулем вектора называется … .

4. Длина вектора  обозначается … .

5. Два вектора называются равными, если … .

6. Сочетательный закон сложения векторов заключается в том, что … .

# В а р и а н т 2

1. Отрезок, в котором указаны начало и конец, называется … .

2. Вектор с началом в точке *G* и концом в точке *Q* изображается … .

3. Модуль вектора  обозначается … .

4. Длиной вектора называется … .

5. Суммой двух векторов  и  называется … .

6. Переместительный закон сложения векторов заключается в том, что … .

**69. Умножение вектора на число**

# В а р и а н т 1

1. Произведением вектора  на число *t* называется … .

2. Разностью векторов  и  называется … .

3. Первый распределительный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

4. Вершины треугольника задают … (количество) векторов.

 5. В треугольнике *ABC* с медианой *AM* сумма векторов  и  равна … .

# В а р и а н т 2

1. Вектором, противоположным вектору , называется … .

2. Сочетательный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

3. Второй распределительный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

4. Вершины квадрата задают … (количество) векторов.

 5. В равностороннем треугольнике *ABC* с центром *O* сумма векторов  и  равна … .

**70. Координаты вектора**

# В а р и а н т 1

1. Координатами вектора называется … .

2. Теорема о разложении вектора по координатным векторам заключается в том, что … .

3. При сложении двух векторов их координаты … .

4. Длина вектора  выражается … .

5. Вектор  имеет координаты (-1, 2), *K*(0, 5), тогда точка *L* имеет координаты … .

6. Вектор  имеет координаты (5, 6), *D*(-3, 0), тогда точка *C* имеет координаты … .

# В а р и а н т 2

1. Координатными векторами называются … .

2. Вектор  имеет координаты (*x*, *y*) тогда и только тогда … .

3. При умножении вектора на число его … .

4. Длина вектора , где *A*1(*x*1, *y*1), *A*2(*x*2, *y*2) выражается … .

5. Вектор  имеет координаты (0, -4), *N*(-1, 2), тогда точка *M* имеет координаты … .

6. Вектор  имеет координаты (2, 0), *E*(0, -4), тогда точка *F* имеет координаты … .

**71. Скалярное произведение векторов**

# В а р и а н т 1

1. Если хотя бы один из двух векторов нулевой, то их скалярное произведение считается … .

2. Скалярным квадратом называется … .

3. Скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда … .

4. Скалярное произведение векторов выражается через их координаты формулой … .

5. Скалярное произведение векторов  и , угол между которыми равен 60°, составляет … .

6. Вектор, перпендикулярный вектору имеет, например, координаты … .

# В а р и а н т 2

1. Скалярным произведением двух ненулевых векторов называется … .

2. Скалярный квадрат вектора  обозначается … .

3. Скалярное произведение двух векторов  и , где *AC* и *BC* – катеты прямоугольного треугольника, равно … .

4. Физический смысл скалярного произведения двух векторов заключается в том, что … .

5. Скалярное произведение векторов  и  равно … .

6. Скалярное произведение векторов  и , угол между которыми равен 30° и || = 3, || = 4, равно … .

**72. Уравнение прямой**

# В а р и а н т 1

1. Прямая на плоскости задается уравнением … .

2. Угловой коэффициент прямой равен … .

3. Для прямой, заданной уравнением *y = kx + l* вектор нормали имеет координаты … .

4. Если две прямые на плоскости, заданные уравнениями *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0, пересекаются, то угол  между ними равен … .

5. Два уравнения *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0 задают параллельные прямые, если … .

6. Две прямые перпендикулярны, если … .

# В а р и а н т 2

1. Вектором нормали к прямой называется … .

2. Угловым коэффициентом прямой называется … .

3. Для прямой, заданной уравнением *ax + by + c =* 0 вектор нормали  имеет координаты … .

4. Две прямые на плоскости параллельны, если их векторы нормали … .

5. Два уравнения *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0 задают одну и ту же прямую, если … .

6. Две прямые пересекаются, если … .

**73\*. Аналитическое задание фигур на плоскости**

# В а р и а н т 1

1. Точки *M* плоскости, расположенные внутри окружности (*O*; *R*) задаются … .

2. Полуплоскость задается … .

3. Система неравенств  задает … .

4. Уравнение параболы имеет вид … .

5. Эллипсом называется … .

6. Фокусами гиперболы называются … .

# В а р и а н т 2

1. Точки *K*  плоскости, расположенные вне окружности (*O*; *R*) задаются … .

2. Чтобы определить, какой полуплоскости относительно прямой принадлежит точка, нужно … .

3. Система неравенств  задает … .

4. Параболой называется … .

5. Уравнение эллипса имеет вид … .

6. Асимптотами гиперболы называются … .

**74\*. Задачи оптимизации**

# В а р и а н т 1

1. Среди задач оптимизации можно выделить … .

2. Математическая модель задачи – это перевод … .

3. Основополагающим свойством в задачах оптимизации является то, что … .

4. На многоугольнике наименьшее значение линейная функция принимает в … .

5. Геометрической интерпретацией задачи оптимизации является … .

# В а р и а н т 2

1. Транспортная задача заключается в том, чтобы … .

2. Метод решения задач оптимизации был разработан … .

3. Многоугольник ограничений – это … .

4. На многоугольнике наибольшее значение линейная функция принимает в … .

5. Плоская фигура, получающаяся при решении задачи оптимизации, является … .

**75\*. Тригонометрические функции произвольного угла**

В а р и а н т 1

1. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется … .

2. Косинусом угла  называется … .

3. Тангенсом угла  называется … .

4.  … .

5.  … .

6. … .

В а р и а н т 2

1. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется … .

2. Синусом угла  называется … .

3. Котангенсом угла  называется … .

4.  … .

5.  … .

6. … .

**76\*. Полярные координаты**

В а р и а н т 1

1. Полярной осью называется … .

2. Полярным углом называется … .

3. Декартовы координаты точки на плоскости выражаются через ее полярные координаты по формулам … .

4. Спираль Архимеда – кривая, задаваемая в полярных координатах уравнением … .

5. Уравнение *r =* sin 5ϕ задает … .

В а р и а н т 2

1. Полюсом называется … .

2. Полярным радиусом называется … .

3. Полярные координаты точки на плоскости выражаются через ее декартовы координаты по формулам … .

4. Окружность в полярных координатах задается уравнением … .

5. Уравнение *r =* sin 6ϕ задает … .

**\*НАЧАЛА СТЕРЕОМЕТРИИ**

**77. Основные понятия стереометрии**

В а р и а н т 1

1. Планиметрия – это раздел геометрии … .

2. Слово «стереометрия» в переводе с греческого языка означает … .

3. Основными понятиями стереометрии являются … .

4. Через любые две точки пространства проходит … .

5. Если две плоскости имеют общую точку, то … .

6. Если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то … .

В а р и а н т 2

1. Стереометрия – это раздел геометрии … .

2. Слово «планиметрия» в переводе с греческого языка означает … .

3. Основными понятиями планиметрии являются … .

4. Через любые три точки пространства, не принадлежащие одной прямой, проходит … .

5. Существует, по крайней мере, четыре точки, … .

6. Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит … .

**78\*. Фигуры в пространстве**

В а р и а н т 1

1. Многогранником называется тело, поверхность которого … .

2. Ребром многогранника называется … .

3. Параллелепипедом называется … .

4. Правильной призмой называется … .

5. Пирамидой называется … .

6. Поверхность цилиндра состоит … .

В а р и а н т 2

1. Гранью многогранника называется … .

2. Вершиной многогранника называется … .

3. Прямоугольным параллелепипедом называется … .

4. Прямой призмой называется … .

5. Правильной пирамидой называется … .

6. Поверхность конуса состоит … .

**79. Угол в пространстве**

В а р и а н т 1

1. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если … .

2. Плоскость разбивает пространство на … .

3. Гранями двугранного угла называются … .

4. Внутренними точками двугранного угла называются … .

5. Трехгранным углом называется … .

6. Вершиной многогранного угла называется … .

В а р и а н т 2

1. Углом в пространстве называется фигура, … .

2. Прямая разбивает плоскость на … .

3. Двугранным углом называется … .

4. Ребром двугранного угла называется … .

5. Четырехгранным углом называется … .

6. Ребрами многогранного угла называются … .

**80. Параллельность прямых в пространстве**

В а р и а н т 1

1. Две прямые в пространстве называются параллельными, если … .

2. Две прямые в пространстве называются пересекающимися, если … .

3. Два отрезка скрещиваются, если … .

4. В кубе *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 ребра … и … параллельны.

5. В тетраэдре имеется … пар скрещивающихся ребер.

6. Две прямые в пространстве не являются скрещивающимися, если … .

В а р и а н т 2

1. Параллельность прямых *m* и *n* обозначается … .

2. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если … .

3. Два отрезка параллельны, если … .

4. В кубе *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 ребра … и … скрещиваются.

5. В кубе имеется … пар параллельных ребер.

6. Две прямые в пространстве не являются параллельными, если … .

**81. Сфера и шар**

В а р и а н т 1

1. Окружностью называется … .

2. Сферой называется … .

3. Центром сферы называется … .

4. Радиусом сферы называется … .

5. Сфера имеет … радиусов.

6. Наибольшей хордой сферы является … .

В а р и а н т 2

1. Кругом называется … .

2. Шаром называется … .

3. Центром шара называется … .

4. Радиусом шара называется … .

5. Шар имеет … радиусов.

6. Наибольшей хордой шара является … .

**82. Выпуклые многогранники**

В а р и а н т 1

1. Многогранник называется выпуклым, если … .

2. Примером выпуклой фигуры, но не многогранника, является … .

3. Примером невыпуклого многогранника является … .

4. Выпуклый многогранник может быть составлен из … .

5. Пересечение выпуклых фигур является … .

6. Призма является выпуклой, если … .

В а р и а н т 2

1. Фигура называется выпуклой, если … .

2. Примером выпуклого многогранника является … .

3. Примером невыпуклой фигуры является … .

4. В выпуклом многограннике все грани … .

5. Пересечение выпуклых многогранников … .

6. Пирамида является выпуклой, если … .

**83. Теорема Эйлера для многогранников**

В а р и а н т 1

1. Число вершин, ребер и граней четырехугольной пирамиды равно соответственно … .

2. Число вершин, ребер и граней *n*-угольной призмы равно соответственно … .

3. Для любого выпуклого многогранника имеет место формула … .

4. К одной из граней выпуклого многогранника с В вершинами, Р ребрами и Г гранями приставили пирамиду. Число вершин, ребер и граней стало равно соответственно … .

5. Примером невыпуклого многогранника, для которого справедлива теорема Эйлера, является … .

В а р и а н т 2

1. Число вершин, ребер и граней пятиугольной призмы равно соответственно … .

2. Число вершин, ребер и граней *n*-угольной пирамиды равно соответственно … .

3. Теорема Эйлера заключается в том, что … .

4. От выпуклого многогранника с В вершинами, Р ребрами и Г гранями отсекли один из многогранных углов. Число вершин, ребер и граней стало равно соответственно … .

5. Примером невыпуклого многогранника, у которого все грани – выпуклые многоугольники, является … .

**84. Правильные многогранники**

В а р и а н т 1

1. Правильным многогранником называется … .

2. Поверхность октаэдра состоит из … .

3. Поверхность додекаэдра состоит из … .

4. Существует … типов топологически правильных многогранников.

5. Октаэдр и гексаэдр являются двойственными многогранниками, так как … .

В а р и а н т 2

1. Топологически правильным многогранником называется … .

2. Поверхность гексаэдра состоит из … .

3. Поверхность икосаэдра состоит из … .

4. Существует … правильных многогранников.

5. Додекаэдр и икосаэдр являются двойственными многогранниками, так как … .

**85. Полуправильные многогранники**

В а р и а н т 1

1. Полуправильные многогранники называются также … .

2. К полуправильным многогранникам относятся *n*-угольные призмы, которые … .

3. Гранями усеченного тетраэдра являются … .

4. Число ребер кубооктаэдра равно … .

5. Число вершин усеченного икосаэдра равно … .

6. Телами Платона называются … .

В а р и а н т 2

1. Полуправильным многогранником называется … .

2. К полуправильным многогранникам относятся *n*-угольные антипризмы, это многогранники … .

3. Гранями усеченного гексаэдра являются … .

4. Число ребер икосододекаэдра равно … .

5. Число вершин усеченного додекаэдра равно … .

6. Телами Архимеда называются … .

**86. Звездчатые многогранники**

В а р и а н т 1

1. Телами Кеплера-Пуансо называются … .

2. Правильные звездчатые многогранники получаются из … .

3. Число правильных звездчатых многогранников, которые получаются из додекаэдра, равно … .

4. Большой икосаэдр получается из … .

5. Большой додекаэдр получается … .

В а р и а н т 2

1. Правильным звездчатым многогранником называется … .

2. Тела Кеплера-Пуансо нельзя получить из следующих правильных многогранников … .

3. Число правильных звездчатых многогранников, которые получаются из икосаэдра, равно … .

4. Малый звездчатый додекаэдр получается из … .

5. Большой звездчатый додекаэдр получается … .

**87. Моделирование многогранников**

В а р и а н т 1

1. Развертку многогранника можно получить, если … .

2. Примером развертки правильного тетраэдра может служить, например, … .

3. Примером плоской фигуры, состоящей из шести квадратов, но не являющейся разверткой куба, является … .

4. Примером развертки правильной треугольной призмы является … .

5. Геометрический конструктор состоит из … .

В а р и а н т 2

1. Модель многогранника можно изготовить из его развертки путем … .

2. Примером развертки куба может служить следующая фигура … .

3. Примером плоской фигуры, состоящей из четырех правильных треугольников и не являющейся разверткой тетраэдра является … .

4. Примером развертки правильной четырехугольной пирамиды является … .

5. Один из способов изготовления модели правильного додекаэдра состоит в том, что … .

**88. Кристаллы – природные многогранники**

В а р и а н т 1

1. Кристаллы поваренной соли имеют форму … .

2. Кристаллы горного хрусталя напоминают … .

3. Кристалл исландского шпата имеет форму … .

4. Ромбододекаэдр – многогранник, у которого … .

5. Число вершин гранатоэдра равно … .

В а р и а н т 2

1. Кристалл алмаза может иметь форму … .

2. Кристаллы льда напоминают … .

3. Кристалл пирита имеет форму … .

4. Гранатоэдр – это … .

5. Число ребер ромбододекаэдра равно … .

**89. Ориентация плоскости. Лист Мёбиуса**

В а р и а н т 1

1. Поворот по часовой стрелке означает, что … .

2. Ориентацией поверхности называется … .

3. Число сторон плоскости равно … .

4. Листом Мёбиуса называется … .

5. Число краев листа Мёбиуса равно … .

В а р и а н т 2

1. Поворот против часовой стрелки означает, что … .

2. Ориентацией плоскости называется … .

3. Краями боковой поверхности цилиндра является … .

4. Лента Мёбиуса получается следующим образом … .

5. Число сторон ленты Мёбиуса равно … .

**90. Площадь поверхности и объем**

В а р и а н т 1

1. Площадь поверхности многогранника определяется как … .

2. Площадь боковой поверхности цилиндра с радиусом основания *R* и образующей *b* равна … .

3. Площадь поверхности конуса с радиусом основания *R* и образующей *b* равна … .

4. Площадь поверхности икосаэдра с ребром *a* равна … .

5. Объем куба с ребром 6 см равен … .

В а р и а н т 2

1. Площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 см равна … .

2. Площадь боковой поверхности конуса с радиусом основания *R* и образующей *b* равна … .

3. Площадь поверхности цилиндра с радиусом основания *R* и образующей *b* равна … .

4. Площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды с ребром *a* равна … .

5. Объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой 5 см и стороной основания 3 см равен … .

**§ 2.** **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

**57. Измерение площадей. Площадь прямоугольника**

В а р и а н т 1

1°. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны равны 1,1 дм и 19 см.

2°. Прямоугольник имеет площадь 256 см2. Найдите сторону равновеликого ему квадрата.

3. Найдите стороны прямоугольника площади 144 дм2, ели они относятся как 9 : 4.

4. В прямоугольном треугольнике *MON* (∠*O* = 90°) проведена высота *OH*. Докажите, что прямоугольник со сторонами *MN* и *MH* равновелик квадрату со стороной *MO*.

5\*. Отрезок *AB* делится точками *C* и *D* соответственно на равные и неравные части. Докажите, что площадь прямоугольника со сторонами равными *DA* и *DB* равна разности площадей квадратов со сторонами, равными соответственно *CB* и *CD*.

6\*. В четырехугольнике *CDEF* противоположные углы *C* и *E* – прямые, стороны *ED* и *EF* равны и высота *EH = h*, где *HCF*. Найдите площадь данного четырехугольника.

В а р и а н т 2

1°. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны равны 1,7 дм и 5 см.

2°. Квадрат и прямоугольник со сторонами 16 см и 25 см равновелики. Найдите сторону квадрата.

3. Площадь прямоугольника равна 225 м2, соседние стороны относятся как 1 : 9. Найдите его периметр.

4. В прямоугольном треугольнике *DEF* (∠*D* = 90°) проведена высота *DP*. Докажите, что квадрат со стороной *DP* равновелик прямоугольнику со сторонами *EP* и *FP*.

5\*. Каким образом следует разделить отрезок *MN* точкой *H*, чтобы прямоугольник со сторонами равными *HM* и *HN* имел наибольшую площадь?

6\*. Постройте квадрат, площадь которого в два раза больше площади данного квадрата.

**58. Площадь параллелограмма**

В а р и а н т 1

1°. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 11 см и 12 см, а один из углов равен 30°.

2°. Стороны параллелограмма равны 16 см и 8 см. Высота, опущенная на первую сторону, равна 6 см. Найдите вторую высоту параллелограмма.

3. Периметр параллелограмма равен 72 дм, высоты равны 3 дм и 9 дм. Найдите площадь параллелограмма.

4. Найдите формулу для вычисления площади параллелограмма по его периметру, равному *P*, и расстояниям *d*1, *d*2 от точки пересечения диагоналей до сторон.

5\*. На рисунке 1 изображен параллелограмм *ABCD*, точка *M* – произвольная точка диагонали *AC*, *OP* || *AB*, *KL* || *BC*. Определите вид четырехугольников *MLDO* и *MKBP* и докажите, что они равновелики.

6\*. В прямоугольник, стороны которого относятся как 3 : 4 вписан четырехугольник, сторонами которого являются середины сторон прямоугольника. Найдите площадь этого четырехугольника, если одна из его сторон равна 15 см.



В а р и а н т 2

1°. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 6 см и 8 см, а один из углов равен 45°.

2°. Площадь параллелограмма равна 28 см2, стороны – 7 см и 8 см. Найдите его углы.

3. Площадь параллелограмма равна 72 дм2. Расстояния от точки пересечения его диагоналей до сторон равны 3 дм и 9 дм. Найдите периметр параллелограмма.

4. Найдите формулу для вычисления площади параллелограмма по его периметру, равному 2*p*, и двум его высотам *h*1, *h*2.

5\*. В параллелограмме *CDEF* (рис. 2) точка *O* – произвольная точка диагонали *DF*, через нее проведены отрезки *KL*, параллельный *CF*, и *MN*, параллельный *EF*. Определите вид четырехугольников *OLEM* и *OKCN* и докажите, что они равновелики.

6\*. Через вершины четырехугольника проведены прямые, параллельные его соответствующим диагоналям. Найдите площадь четырехугольника, который образуется этими прямыми, если площадь данного четырехугольника равна 2*Q*.

**59. Площадь треугольника**

В а р и а н т 1

1°. Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами 5 дм и 12 см.

2°. Найдите площадь треугольника, если две его стороны равны *a* и *b* и угол между ними равен 60°.

3. Может ли площадь треугольника со сторонами 7 см и 8 см быть равной: а) 56 см2; б) 28 см2; в) 14 см2? Ответ поясните.

4. Найдите геометрическое место вершин *C* равновеликих треугольников, имеющих общую сторону *AB*.

5\*. Разделите данный прямоугольник на три равновеликие части прямыми, выходящими из одной его вершины.

6\*. Найдите площадь треугольника, если его медианы равны 6 см, 15 см и 18 см.

В а р и а н т 2

1°. Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной 2 см.

2°. Найдите площадь треугольника, если две его стороны равны *m* и *n* и угол между ними равен 30°.

3. Может ли площадь треугольника со сторонами 4 дм и 12 дм быть равной: а) 12 дм2; б) 24 дм2; в) 48 дм2? Ответ поясните.

4. Постройте треугольник, площадь которого равна сумме площадей двух треугольников, имеющих одинаковую высоту.

5\*. Разделите данный параллелограмм на пять равновеликих частей прямыми, выходящими из одной его вершины.

6\*. Медианы треугольника равны 12 см, 9 см и 6 см. Найдите его площадь.

**60. Площадь трапеции**

В а р и а н т 1

1°. Высота трапеции равна 1 дм, площадь – 85 см2. Найдите ее среднюю линию.

2°. В трапеции *KLMN* с основаниями *LM* и *NK* диагонали пересекаются в точке *P*. Найдите пары равновеликих треугольников.

3. Найдите площадь равнобедренной трапеции с основаниями 12 см и 8 см и углом 135°.

4. Докажите, что если в трапеции середину одной боковой стороны соединить с концами другой боковой стороны, то площадь полученного треугольника будет равна половине площади трапеции.

5\*. В трапеции *OPHQ* основания *PH* и *OQ* равны соответственно *p* и *q* (*p* < *q*). Высота трапеции равна *h*, *OR = r*, где точка *r* принадлежит *OQ*. Найдите на *PH* точку *S*, чтобы отрезок *RS* разделил трапецию на две части, площади которых относятся как *m* : *n*.

6\*. Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Площади треугольников, прилегающих к основаниям равны *S*1 и *S*2. Найдите площади двух других треугольников.

В а р и а н т 2

1°. Основания трапеции равны 1,3 дм и 1,1 дм, площадь равна 48 см2. Найдите ее высоту.

2°. В трапеции *EFGH* (*EF* || *GH*) диагонали пересекаются в точке *M*. Найдите пары равновеликих треугольников.

3. Найдите площадь прямоугольной трапеции с основаниями 5 см и 8 см, большая боковая сторона которой составляет с основанием угол 135°.

4. Докажите, что площадь трапеции равна произведению одной из ее боковых сторон на перпендикуляр, опущенный на нее из середины другой боковой стороны.

5\*. Трапеция *KLMN* (*KL* || *MN*) разделена отрезком *EF*, параллельным *KN*, где точки *E*, *F* принадлежат сторонам трапеции соответственно *KL* и *MN*, на две части *EFNK* и *EFML*, отношение площадей которых равно *m* : *n*. Найдите отрезок *KE*, если *KL = a*, *MN = b*.

6\*. Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Площади треугольников, прилегающих к основаниям равны *Q*1 и *Q*2. Найдите площади двух других треугольников.

**61. Площадь многоугольника**

В а р и а н т 1

1°. Найдите площадь квадрата, вписанного в окружность радиуса *R*.

2°. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной *a*.

3. Около окружности, диаметр которой равен 16 см, описан многоугольник, площадь которого равна 192 см2. Найдите периметр многоугольника.

4. Найдите площадь четырехугольника, если его диагонали равны 17 см и 9 см, а угол между ними равен 60°.

5\*. Равносторонний треугольник со стороной 1 повернут вокруг своего центра на угол 60°. Найдите площадь пересечения исходного треугольника и повернутого.

6\*. Постройте четырехугольник, равновеликий данному пятиугольнику *ABCDE*.

В а р и а н т 2

1°. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса *r*.

2°. Найдите площадь правильного треугольника со стороной *b*.

3. Окружность радиуса 15 см вписана в правильный многоугольник со стороной 3 см. Найдите число сторон данного многоугольника, если его площадь равна 450 см­­­­­2.

4. Диагонали четырехугольника равны 9 см и 81 см. Угол между ними равен 135°. Найдите площадь данного четырехугольника.

5\*. Квадрат со стороной 1 повернут вокруг его центра на угол 45°. Найдите площадь пересечения исходного квадрата и повернутого.

6\*. Постройте пятиугольник, равновеликий данному шестиугольнику *ABCDEF*.

**62. Площадь круга и его частей**

В а р и а н т 1

1°. Площадь круга равна 289π см2. Найдите его диаметр и длину окружности.

2°. Найдите площадь кольца, если радиусы его окружностей равны 19 мм и 28 мм.

3. Даны две концентрические окружности, хорда большей из них, касающаяся меньшей окружности, равна 20 см. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.

4. Найдите площадь сегмента круга радиуса *R*, если его угол равен 120°.

5\*. Постройте полукруг, равновеликий данному кругу.

6\*. На рисунке 3 отрезки *AB*, *BC*, *CD* и *DE* равны. На отрезках *AB*, *AC*, *AD*, *AE* и *DE*, *CE*, *BE*, *AE*, как на диаметрах построены полуокружности. Докажите, что четыре образовавшиеся непересекающихся криволинейные фигуры равновелики.



В а р и а н т 2

1°. Длина окружности равна 38π см. Найдите ее диаметр и площадь соответствующего круга.

2°. Найдите площадь кольца, если длины его окружностей равны 24мм и 18мм.

3. Даны две концентрические окружности. Найдите хорду большей окружности, которая касается меньшей окружности, если площадь соответствующего круга равна 400π дм2.

4. Найдите площадь сегмента, если его хорда равна *a* и дуга окружности содержит 90°.

5\*. Постройте круг, равновеликий данному полукругу.

6\*. На рисунке 4 отрезки *AB* и *CD* равны, точка *O* – середина отрезка *AD*. На отрезках *AB*, *CD*, *AD*, *BC*, как на диаметрах проведены полуокружности. Докажите, что фигура, ограниченная этими полуокружностями, равновелика кругу с диаметром *PH*, где *PH* – перпендикуляр к *AD*, проходящий через точку *O*.

**63. Площади подобных фигур**

В а р и а н т 1

1°. Площадь треугольника равна 36 см2. Найдите площадь треугольника, образованного его средними линиями.

2°. Периметры подобных многоугольников равны 120 см и 720 см. Найдите отношение их площадей.

3. Сумма площадей трех подобных треугольников равна 413 дм2, их периметры относятся как 1 : 3 : 7. Найдите площадь каждого многоугольника.

4. В окружности с центром *O* проведены диаметр *EF*, хорды *EG*, *FG*, причем последняя стягивает дугу 60°. Касательная к окружности, проведенная через точку *G*, пересекает прямую *EF* в точке *M*. Найдите отношение площадей треугольников *MGF* и *MGE*.

5\*. Постройте треугольник, площадь которого в два раза меньше площади данного треугольника.

6\*. Каждая сторона квадрата повернута на 30° вокруг одной из своих вершин, как показано на рисунке 5. Найдите отношение сторон и площадей данного квадрата и квадрата, образованного его повернутыми сторонами.



В а р и а н т 2

1°. Площадь треугольника равна 64 см2. Найдите площадь треугольника, отсеченного от него средней линией.

2°. Площади подобных многоугольников равны 810 см2 и 90 см2. Найдите отношение их периметров.

3. В прямоугольном треугольнике катеты относятся как 3 : 4, высота делит его на два треугольника, разность площадей которых равна 56 дм2. Найдите площадь данного треугольника.

4. В окружности проведены две непересекающиеся хорды *KL* и *MN*, которые стягивают дуги соответственно 90° и 120°. Прямые *MK* и *MN* пересекаются в точке *P*. Найдите площади треугольников *PKL* и *PMN*, если их сумма равна 200 см2.

5\*. Постройте треугольник, площадь которого в два раза больше площади данного треугольника.

6\*. На рисунке 6 *ABCD* – квадрат. Точки *A*1, *A*2, *B*1, *B*2, *C*1, *C*2, *D*1, *D*2 делят его соответствующие стороны на три равные части. Найдите отношение площадей данного квадрата и четырехугольника *EFGH*.

**64. Изопериметрическая задача**

В а р и а н т 1

1°. Определите наибольшую сторону треугольника *BCD*, если: а) угол *B* – тупой; б) угол *C* – прямой; в) углы *B* и *D* – острые.

2°. Какова наибольшая площадь треугольника со сторонами 37 см и 46 см?

3. Среди всех треугольников, имеющих одну и ту же сторону и равные углы, ей противолежащие, найдите треугольник наибольшей площади.

4. Среди всех равновеликих треугольников с данной стороной найдите треугольник, который имеет наибольший угол, противолежащий этой стороне.

5\*. Докажите, что среди всех изопериметрических треугольников с данной стороной, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник, у которого данная сторона является основанием.

6\*. Докажите, что из всех равновеликих прямоугольников наименьший периметр имеет квадрат.

В а р и а н т 2

1°. Определите наименьшую и наибольшую стороны прямоугольного треугольника *DEF* (∠*E =* 90°), если ∠*F =* 38°.

2°. Треугольник имеет стороны 19 см и 27 см. В каких пределах заключена его площадь?

3. Найдите четырехугольник наибольшей площади, вписанный в круг.

4. Докажите, что среди всех треугольников, имеющих по равному углу и равной высоте, выходящей из этого угла, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник.

5\*. Докажите, что среди всех равновеликих треугольников, имеющих общую сторону, наименьший периметр имеет равнобедренный треугольник, у которого основание равно данной стороне.

6\*. Докажите, что если квадрат и треугольник равновелики, то периметр треугольника больше периметра квадрата.

**65. Равносоставленность и задачи на разрезание**

В а р и а н т 1

1°. Разрежьте треугольник по прямой, проходящей через его вершину, на два равновеликих треугольника.

2°. Разрежьте треугольник на шесть равновеликих треугольников

3. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке 7, на две равные части, чтобы в каждой из них была звездочка.

4. Сложите: а) прямоугольник; б) равнобедренный прямоугольный треугольник из семи частей квадрата, изображенных на рисунке 8.

5\*. Разрежьте прямоугольный треугольник, имеющий угол 30°, на четыре равных треугольника.

6\*. Докажите, что ромб равносоставлен с равновеликим ему квадратом.



В а р и а н т 2

1°. Разрежьте треугольник по прямым, проходящим через его вершину, на три равновеликих треугольника.

2°. Разрежьте параллелограмм на 12 равных треугольников.

3. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке 9, на две равные части, чтобы в каждой из них была звездочка.

4. Сложите: а) параллелограмм; б) равнобедренную трапецию из семи частей квадрата, изображенных на рисунке 8.

5\*. Разрежьте прямоугольный треугольник, имеющий угол 30°, на четыре подобных треугольника.

6\*. Докажите, что прямоугольник равносоставлен с равновеликим ему параллелограммом.

**66. Прямоугольная система координат**

В а р и а н т 1

1°. Изобразите прямоугольную систему координат и отметьте точки *K*(1, -3) и *L*(-5, 0). Найдите координаты точек *H* и *P* – оснований перпендикуляров, опущенных соответственно из точки *K* на ось *Ox* и из точки *L* на ось *Oy*.

2°. Найдите координаты середины отрезка *MN*, если: а) *M*(0, -8), *N*(11, -4); б) *M*(3, -10), *N*(-13, 3).

3. Найдите координаты точки пересечения отрезка *AB* с осью абсцисс, если *A*(3, -2), *B*(6, 5).

4. Найдите координаты точки, симметричной точке *E*(-4, 9) относительно: а) начала координат; б) оси ординат; в) оси абсцисс.

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*x*| > 5.

6\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых *x*2 + *y*2 > 5.

В а р и а н т 2

1°. Изобразите прямоугольную систему координат и отметьте точки *M*(-2, 1) и *N*(3, 0). Найдите координаты точек *E* и *F* – оснований перпендикуляров, опущенных соответственно из точки *M* на ось *Oy* и из точки *N* на ось *Ox*.

2°. Найдите координаты середины отрезка *KL*, если: а) *K*(-5, 6), *L*(11, -17); б) *K*(0,5, 8), *L*(0,3, -12).

3. Найдите координаты точки пересечения отрезка *CD* с осью *Oy*, если *C*(6, 4), *D*(-2, -5).

4. Найдите координаты точки, симметричной точке *Q*(6, -4) относительно: а) оси *Ox*; б) оси ординат; в) начала координат.

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*y*| ≤ 4.

6\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых *x*2 + *y*2 < 3.

**67. Расстояние между точками. Уравнение окружности**

В а р и а н т 1

1°. Найдите расстояние между точками *P* и *Q*, если *P*(1, 5), *Q*(-8, 9).

2°. Напишите уравнение окружности с центром в точке *M*(0, -13) и радиусом 11.

3. Определите вид треугольника *BCD* и длину его высоты *DH*, если *B*(0, 2), *C*(6, 4), *D*(5, -3).

4. Даны точки *K*(-7, 2) и *L*(3, 6). Найдите координаты точки, принадлежащей оси ординат и одинаково удаленной от данных точек.

5\*. Даны три точки *R*(0, 10), *S*(7, -4), *T*(5, 0). Принадлежат ли они одной прямой?

6\*. Найдите точки, одинаково удаленные от координатных прямых и точки с координатами (-6, 12).

В а р и а н т 2

1°. Найдите длину отрезка *GH*, если *G*(5, -4), *H*(-1, -8).

2°. Напишите уравнение окружности с центром в точке *K*(-11, 0) и радиусом 12.

3. Определите вид треугольника *CDE* и длину его высоты *EP*, если *C*(-10, -2), *D*(-4, 2), *E*(-9, 3).

4. Даны точки *M*(6, -5) и *N*(-6, 2). Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и одинаково удаленной от данных точек.

5\*. Является ли отрезок *QP*, где *Q*(-5, 4), *P*(-3, -6) хордой окружности *x*2 + *y*2 + 6*x* – 8*y* + 21 = 0? Изобразите данную геометрическую ситуацию.

6\*. Найдите точки, одинаково удаленные от точки *A*(8, -4) и осей абсцисс и ординат.

**68. Векторы. Сложение векторов**

В а р и а н т 1

1°. Дан квадрат *ABCD*. Запишите векторы, равные вектору .

2°. В треугольнике *EFG* от точки *M* – его центроида, отложите векторы, равные векторам , , , , где *G*1 – середина стороны *EF*.

3. Найдите сумму векторов: а) ; б) .

4. Задайте векторы  и . Постройте: а) ; б) ; в) .

5\*. На рисунке 10 заданы векторы  и . От произвольно выбранных точек плоскости в каждом случае отложите векторы , , .

6\*. Докажите, что для любых векторов  и  выполняется неравенство .



В а р и а н т 2

1°. Дан ромб *ABCD*. Запишите векторы, равные вектору .

2°. В треугольнике *KLM* от точки *G* – его центроида, отложите векторы, равные векторам , , , , где *KL*1 =*ML*1.

3. Найдите сумму векторов: а) ; б) .

4. Задайте векторы  и . Постройте: а) -+ ; б)  - ; в)  - .

5\*. На рисунке 11 заданы векторы  и . От произвольно выбранных точек плоскости в каждом случае отложите векторы: а) ; б) ; в) .

6\*. Верно ли неравенство ?

**69. Умножение вектора на число**

 В а р и а н т 1

1°. Задайте ненулевой вектор  и постройте векторы: а) 3; б) ; в) .

2°. В параллелограмме *BCDE* диагонали пересекаются в точке *P*. Найдите: а) ; б) ; в) ; г) .

3. В треугольнике *KLM* медианы *KK*1, *LL*1, *MM*1 пересекаются в точке *G*. Выразите через векторы  и  векторы: а) ; б) ; в) ; г) .

4. Дан ненулевой вектор . При каких значениях *m*: а) векторы  и *m*сонаправлены (т.е. при откладывании от одной точки лежат на одной прямой и имеют одно направление); б) верно неравенство |*m*| < ||?

5\*. Запишите в векторной форме условия того, что точка *O* лежит между точками *A* и *B*.

6\*. Докажите, что , где *M* – произвольная точка плоскости, *O* – середина отрезка *KL*.

В а р и а н т 2

1°. Задайте ненулевой вектор  и постройте векторы: а)2; б) ; в) .

2°. В прямоугольнике *DEFG* диагонали пересекаются в точке *M*. Найдите: а) ; б) ; в) ; г) .

3. В треугольнике *OPQ* точка *M* – центроид, *O*1, *P*1, *Q*1 – середины соответствующих сторон *PQ*, *OQ*, *OP*. Выразите через векторы  и  векторы: а) ; б) ; в) ; г) .

4. Дан ненулевой вектор . При каких значениях *n*: а) векторы  и *n*противоположно направлены (т.е. при откладывании от одной точки лежат на одной прямой и имеют противоположные направления); б) верно неравенство |*n*| > ||?

5\*. Запишите в векторной форме условия того, что точка *O* является точкой пересечения диагоналей четырехугольника *ABCD*.

6\*. Докажите, что , где *O* – произвольная точка плоскости, *KLN* – данный треугольник, *M* – его центроид.

**70. Координаты вектора**

В а р и а н т 1

1°. Найдите координаты вектора , если: а) ; б) ; в) ; г) .

2°. Найдите координаты вектора , если: а) *E*(1, 2), *F*(2, 1); б) *E*(-2, 0), *F*(3, 1); в) *E*(10, -3), *F*(0, -9); г) *E*(-8, -5), *F*(12, -18).

3. Найдите координаты точки *H*, если: а) , *G*(5, -7); б) *G*(0, 25), .

4. Точка *P* делит отрезок *MN* в отношении 1 : 4. Найдите координаты вектора , если .

5\*. Докажите с помощью векторов теорему о средней линии треугольника.

6\*. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения ее диагоналей.

В а р и а н т 2

1°. Найдите координаты вектора , если: а) ; б) ; в) ; г) .

2°. Найдите координаты вектора , если: а) *G*(0, 1), *H*(0, -1); б) *G*(5, -4), *H*(-10, 7); в) *G*(0, -15), *H*(24, 5); г) *G*(4, -9), *H*(16, 0).

3. Найдите координаты точки *A*, если: а) , *B*(15, -21); б) *B*(0, -16), .

4. Отрезок *KL* разделен точкой *E* в отношении 2 : 3. Найдите координаты вектора , если .

5\*. Точка *M* делит отрезок *AA*1 в отношении 2 : 1. Докажите, что для произвольной точки *X* выполняется равенство: .

6\*. Точки *E* и *F* делят диаметр окружности на три равные части. Докажите, что сумма квадратов расстояний от любой точки этой окружности до данных точек есть величина постоянная.

**71. Скалярное произведение векторов**

В а р и а н т 1

1°. Найдите скалярное произведение двух единичных векторов, угол между которыми равен 30°.

2°. Дан равносторонний треугольник *ABC* со стороной, равной 4 см. Найдите: а) ; б) ; в) , где *B*1­ – середина стороны *AC*.

3. Определите вид треугольника *DEF*, если *D*(-7, 2), *E*(2, 5), *F*(4, 10).

4. Даны векторы (0, -5) и (-2, 8). При каком значении *x* векторы  и 2- 3*x*перпендикулярны.

5\*. Вычислите работу, которую производит сила (15, -9), когда точка ее приложения перемещается, двигаясь прямолинейно, из положения *Z*1(-5, 18) в положение *Z*2(-3, 15).

6\*. На сторонах треугольника *XYZ* внешним образом построены квадраты *XYKP* и *YZGL* (рис. 12). Точка *M* – середина *KL*. Докажите, что прямые *XZ* и *YM* перпендикулярны.



В а р и а н т 2

1°. Найдите скалярное произведение двух векторов длины 2, угол между которыми равен 45°.

2°. Дан единичный квадрат *ABCD*. *O* – точка пересечения его диагоналей. Найдите: а) ; б) ; в) .

3. Определите вид треугольника *MNK*, если *M*(-10, -5), *N*(-5, 5), *K*(6, 7).

4. Даны векторы (2, 0) и (-3, 5). При каком значении *y* векторы 2и *y*- 4перпендикулярны.

5\*. Вычислите работу, которую производит сила (3, -9), когда точка ее приложения перемещается, двигаясь прямолинейно, из положения *A*(5, -8) в положение *B*(15, -12).

6\*. Докажите, что высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке.

**72. Уравнение прямой**

В а р и а н т 1

1°. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку *H*(-5, 6), перпендикулярную оси абсцисс.

2°. Постройте прямую 2*x* – *y +* 4 = 0 и найдите ее точки пересечения с координатными осями.

3. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки *M*(1, -2) и *N*(3, 0). Найдите координаты ее вектора нормали.

4. Найдите координаты точки пересечения прямых *x* – *y* – 10 = 0 и 6*x +* 7*y* – 21 = 0.

5\*. Запишите уравнения перпендикулярных прямых, пересекающихся в точке *P*(-5, -2), если одной из них принадлежит точка *Q*(-2, 2,5).

6\*. Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку *S*(11, 5) и касается окружности *x*2 + *y*2 + 12*x* – 6*y* + 41 = 0.

В а р и а н т 2

1°. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку *P*(7, -4), перпендикулярную оси ординат.

2°. Постройте прямую *x* + 6*y* – 12 = 0 и найдите ее точки пересечения с координатными осями.

3. Запишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку *P*(-8, 12). Найдите координаты ее вектора нормали.

4. Найдите координаты точки пересечения прямых 4*x* – 3*y* + 24 = 0 и 2*x +* 3*y* – 6 = 0.

5\*. Запишите уравнение окружности, которая проходит через точку *M*(-1, 6) и касается оси: а) абсцисс; б) ординат.

6\*. Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку *R*(13, -14) и касается окружности *x*2 + *y*2 – 18*x* + 12*y* + 101 = 0.

**73. Аналитическое задание фигур на плоскости**

В а р и а н т 1

1°. Найдите фигуру, которая задается неравенством *x *0.

2°. Нарисуйте фигуру, задаваемую неравенствами:  Как она называется.

3. Нарисуйте фигуру, которая задается неравенствами 

4. На рисунке 13 изображен шестиугольник *ABCDEF*. Запишите неравенства, которые его задают.

5\*. Для параболы, заданной уравнением *y = x*2 – 2*x* – 1, найдите координаты ее фокуса и уравнение директрисы.

6\*. Напишите уравнение эллипса, проходящего через точку *M*(1, ), сумма расстояний от которой до фокусов эллипса равна 10.



В а р и а н т 2

1°. Найдите фигуру, которая задается неравенством *y* ≤0.

2°. Нарисуйте фигуру, задаваемую неравенствами:  Как она называется.

3. Нарисуйте фигуру, которая задается неравенствами 

4. На рисунке 14 изображен шестиугольник *EABCDF*. Запишите неравенства, которые его задают.

5\*. Вершина параболы расположена в начале координат. Уравнение директрисы имеет вид *y* – 2 = 0. Найдите координаты ее фокуса и запишите ее уравнение.

6\*. Найдите координаты фокусов и точек пересечения с осью ординат гиперболы, заданной уравнением 16*x*2 – *y*2 + 4*y* – 4 = 16.

**74\*. Задачи оптимизации**

В а р и а н т 1

1°. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *x * 0; б) *y* < 5.

2°. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *x* – *y*  1; б) 3*x* + 2*y* > 0.

3. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) |*x*| < 2; б) |*y*| ≥ 5.

4. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют системе неравенств: 

 5\*. Найдите наибольшее значение функции *F=*3*x*+3*y* при условии

 

6\*. Для изготовления полки нужно вырезать из фанеры одну заготовку для задней стенки (деталь А), две заготовки для боковинок (деталь Б) и три одинаковых заготовки для верхней, средней и нижней горизонтальных панелей (деталь В). Имеющиеся на мебельном комбинате листы фанеры таковы, что при первом способе раскроя из одного листа можно изготовить одну деталь типа А, четыре типа Б и восемь типа В, а при втором способе три детали типа А, две типа Б и две типа В. Можно ли, имея 180 листов фанеры, изготовить 200 полок? Как осуществить раскрой материала, чтобы было использовано наименьшее число листов фанеры?

В а р и а н т 2

1°. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *y* < 0; *x * -1.

2°. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) 2*x* – *y* < 3; б) *x* + 4*y* ≥ -5.

3. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) |*x*| ≥ 4; б) |*y*| < 2.

4. Нарисуйте фигуру, координаты которой удовлетворяют системе неравенств:

 

 5. Найдите наименьшее значение функции *F=*3*x*+4*y* при условии

 

 6\*. Для изготовления полки нужно вырезать из фанеры одну заготовку для задней стенки (деталь А), две заготовки для боковинок (деталь Б) и три одинаковых заготовки для верхней, средней и нижней горизонтальных панелей (деталь В). Имеющиеся на мебельном комбинате листы фанеры таковы, что при первом способе раскроя из одного листа можно изготовить одну деталь типа А, четыре типа Б и восемь типа В, а при втором способе три детали типа А, две типа Б и две типа В. Можно ли, имея 180 листов фанеры, изготовить 200 полок? Как осуществить раскрой материала, чтобы было использовано наименьшее число листов фанеры?

**75\*. Тригонометрические функции произвольного угла**

В а р и а н т 1

1°. Постройте окружность с центром в начале координат и изобразите точку, получающуюся из точки с координатами (1, 0) поворотом на: а) 30°; б) 90°; в) 150°; г) 420°; д) -135°.

2°. Определите, углом какой четверти является угол α, если: а) α = 190°; б) α = 100°; в) α = - 45°; г) α = 500°; д) α = 1080°.

3. Найдите значение выражения: а) 2cos 0° - 4sin 90° + 5tg 180°; б) 2cos 60° + cos 30°; в) 2sin 30° + 6cos 60° - 4 tg 45°; г) 3tg 45°tg 60°.

4. Найдите значение выражения: а) sin(-30°) + cos(-60°); б) cos 135° + sin(-210°); в) 2sin 120°tg 300°; г) 4sin(-150°)cos 300°tg 240°.

5\*. Решите уравнение: а) sin α = 1; б) tg β = 0.

6\*. Отметьте на единичной окружности дуги, соответствующие углам γ, для которых: а) cosγ  0; б) |sinγ| <.

В а р и а н т 2

1°. Постройте окружность с центром в начале координат и изобразите точку, получающуюся из точки с координатами (1, 0) поворотом на: а) 45°; б) 135°; в) 270°; г) 540°; д) -150°.

2°. Определите, углом какой четверти является угол β, если: а) β= 60°; б) β= 187°; в) β = 235°; г) β= -118°; д) β= 2160°.

3. Найдите значение выражения: а) 2tg 0° - 3cos 270° + 5sin 0°; б) 2sin 30° - ctg 45°; в) 4sin 45° - cos 30° + 8 tg 60°; г) 4ctg 30°cos 60°.

4. Найдите значение выражения: а) sin(-60°) + cos(-30°); б) cos (-180°) + cos 300°; в) 6cos(-240°)ctg 210°; г) 8sin(-30°)cos 60°+ tg(135°)ctg(-225°).

5\*. Решите уравнение: а) sin β = -1; б) ctg α = 0.

6\*. Отметьте на единичной окружности дуги, соответствующие углам , для которых: а) sin> 0; б) |cos|.

**76. Полярные координаты**

В а р и а н т 1

1°. Изобразите в полярных координатах точки *A*(3, 0), *B*(8, ) и *E*(5, -).

2°. Полярные координаты точки равны: а) (1, π); б) (2, -). Найдите ее декартовы координаты.

3. Изобразите ГМТ на плоскости, полярные координаты которых удовлетворяют равенству: а) *r* – 1 = 0; б) = -.

4. Найдите полярное уравнение прямой *x* = -2.

5\*. Запишите уравнение спирали Архимеда, если расстояние между ее соседними витками равно 3.

6\*. Определите расстояние между точками *B*(1, ) и *D*(2, -).

В а р и а н т 2

1°. Изобразите в полярных координатах точки *B*(2, ), *D*(3, 0) и *F*(7, -).

2°. Декартовы координаты точки равны: а) (-1, 1); б) (2, -2). Найдите ее полярные координаты.

3. Изобразите ГМТ на плоскости, полярные координаты которых удовлетворяют равенству: а) ϕ = ; б) *r* = 2.

4. Найдите полярное уравнение прямой *y* = -1.

5\*. Запишите уравнение спирали Архимеда, если расстояние между ее соседними витками равно .

6\*. Определите расстояние между точками *A*(3, -) и *C*(1, π).

Замечание. Задачи по теме «Начала стереометрии» вы найдете в **§** 6 данного пособия.

**ОТВЕТЫ**

**57**

В а р и а н т 1. **1.** 209 см2 . **2**. 16 см. **3.** 18 дм, 8 дм. **6\*.** *h*2.

В а р и а н т 2. **1.** 85 см2. **2.** 20 см. **3.** 100 м. **6\*.** Сторона искомого квадрата равна диагонали данного квадрата.

**58**

В а р и а н т 1. **1.** 66 см2. **2.** 12 см. **3.** 81 дм2. **4.** . **5\*.** Параллелограммы. **6\*.** 216 см2.

В а р и а н т 2. **1.**  см2. **2.** 30°, 30°, 150°, 150°. **3.** 32 дм. **4.** . **6\*.** 4*Q*.

**59**

В а р и а н т 1. **1.** 3 дм2. **2.** . **3.** а) Нет; б), в) да. **4.** Две прямые, параллельные прямой *AB*, отстоящие от нее на расстояние *h*. **5\*.** Решение представлено на рисунке 31. **6\*. ** см2.



В а р и а н т 2. **1. ** см. **2.** . **3.** а), б) Да; в) нет. **5\*.** Решение представлено на рисунке 32. **6\*. ** см2.

**60**

В а р и а н т 1. **1.** 8,5 см. **3.** 20 см2. **5\*.** . **6\*. **.

В а р и а н т 2. **1.** 4 см. **3.** 19,5 см2. **5\*. **. **6\*.** .

**61**

В а р и а н т 1. **1.** 2*R*2. **2.** . **3.** 48 см. **4.** 38,25см2. **5\*.** . **6\*.** Решение представлено на рисунке 33.



В а р и а н т 2. **1.** 4*r*2. **2.** . **3.** 20. **4.** 182,25. **5\*.** . **6\*.** Решение представлено на рисунке 34.

**62**

В а р и а н т 1. **1.** 34 см; 34см. **2.** 423π мм2. **3.** 100см2. **4.** .

В а р и а н т 2. **1.** 38 см; 361см2. **2.** 63π мм2. **3.** 40 дм. **4.** .

**63**

В а р и а н т 1. **1.** 9 см2. **2.** 1 : 36. **3.** 7 дм2, 63 дм2, 343 дм2. **4.** . **5\*.** Решение представлено на рисунке 35. **6\*.** **, .



В а р и а н т 2. **1.** 16 см2. **2.** 3 : 1. **3.** 200 дм2. **4.** 80 см2 и 120 см2. **5\*.** Решение представлено на рисунке 35. **6\*.** **.

**64**

В а р и а н т 1. **1.** а) *CD*; б) *BD*; в) нельзя определить. **2.** 851 см2. **3.** Равнобедренный треугольник (воспользуйтесь рисунком 36). **4.** Равнобедренный треугольник (воспользуйтесь рисунком 37). **6\*.** Воспользуйтесь рисунком 38.



В а р и а н т 2. **1.** Наименьшая – *DE*; наибольшая – *DF*. **2.** 0 < *S* < 246,5 см2. **3.** Квадрат (воспользуйтесь рисунком 39). **4.** Воспользуйтесь рисунком 40. **5\*.** Воспользуйтесь рисунком 41. **6\*.** Воспользуйтесь рисунком 42.



**65**

В а р и а н т 1. **1.** Разрезать по медиане. **2.** Разрезать по медианам. **3.** Решение показано на рисунке 43. **4.** Решение показано на рисунке 44. **5\*.** Решение показано на рисунке 45.





В а р и а н т 2. **1.** Разрезать по прямым, проходящим через вершину треугольника и делящим противоположную сторону на три равные части. **3.** Решение показано на рисунке 46. **4.** Решение показано на рисунке 47. **5\*.** Решение показано на рисунке 48.



**66**

В а р и а н т 1. **1.** *H*(1, 0), *P*(0, 0). **2.** а) (5,5, -6); б) (-5, -3,5). **3.** (4, 0). **4.** а) (4, -9); б) (4, 9); в) (-4, -9). **5\*.** Точки вне полосы, ограниченной прямыми *x =* 5, *x =* -5. **6\*.** Точки вне круга с центром в начале координат и радиусом .

В а р и а н т 2. **1.** *E*(0, 1), *F*(3, 0). **2.** а) (3, -5,5); б) (0,4, -2). **3.** (0, -3). **4.** а) (6, 4); б) (-6, -4); в) (-6, 4). **5\*.** Точки полосы, ограниченной прямыми *y =* 4, *y* = -4. **6\*.** Внутренние точки круга с центром в начале координат и радиусом .

**67**

В а р и а н т 1. **1. **. **2.** *x*2 + (*y* + 13)2 = 121. **3.** Равнобедренный, . **4.** (0, -1). **5\*.** Да. **6\*.** (-6, 6), (-30, 30).

В а р и а н т 2. **1. **. **2.** (*x* + 11)2 + *y*2 = 144. **3.** Равнобедренный, . **4.** . **5\*.** Нет. **6\*.** (-4, 4), (20, -20).

**68**

В а р и а н т 1. **3.** а) ; б) .

В а р и а н т 2. **3.** а) ; б) .

**69**

В а р и а н т 1. **3.** а) ; б) ; в) ; г) . **4.** а) *m* > 0; б) 0 < *m* < 1. **5\*. **, где 0 < *a* < 1. **6\*.** *Указание*. Если *M* не принадлежит *KL*, то в треугольнике *MKL* продолжите медиану *MO* на равный ей отрезок *OM*1 и рассмотримте параллелограмм *KMLM*1.

В а р и а н т 2. **3.** а) ; б) ; в) ; г) . **4.** а) *n* < 0; б) *k* > 1, *k* < -1. **5. **, где *a* < 0 и , где *b* < 0.

**70**

В а р и а н т 1. **2.** а) (1, -1); б) (5, -1); в) (-10, -6); г) (20, -13). **3.** а) (-14, -4); б) (8, -2). **4.** (9,6, -6,4).

Вариант 2. **2.** а) (0, -2); б) (-15, 11); в) (24, 20); г) (12, 9). **3.** а) (37, -48); б) (-10, 1). **4.** (-6,4, 12).

**71**

В а р и а н т 1. **1.** . **2.** а) 8; б) -12; в) 0. **3.** Тупоугольный. **4.** . **5\*.** 57.

В а р и а н т 2. **1.** 2****. **2.** а) 1; б) ; в) 0. **3.** Тупоугольный. **4.** -6. **5\*.** 66.

**72**

В а р и а н т 1. **1.** *x* + 5 = 0. **2.** (0, 4), (-2, 0). **3.** *x* – *y* – 3 = 0, (1, -1). **4.** (7, -3). **5\*.** 2*x* + 3*y* + 16 = 0, 3*x* – 2*y* + 11 = 0. **6\*.** *y* – 5 = 0.

В а р и а н т 2. **1.** *y* +4 = 0. **2.** (0, 2), (12, 0). **3.** 3*x* + 2*y* = 0, (3, 2). **4.** (-3, 4). **5\*.** а) (*x* + 1)2 + (*y* – 3)2 = 9; б) (*x* + 0,5)2 + (*y* – 6)2 = 0,25. **6\*.** *x* – 13 = 0.

**73**

В а р и а н т 1. **1.** Первая и четвертая четверти координатной плоскости. **2**. Квадрат, расположенный во второй четверти координатной плоскости. **5\*.** (1, 2), *y* + 6 = 0. **6\*.** .

В а р и а н т 2. **1.** Третья и четвертая четверти координатной плоскости. **2**. Прямоугольник, расположенный в четвертой четверти координатной плоскости. **5\*.** (0, -2), . **6\*.** *F*1(-, 2), *F*2(, 2), (, 0), (-, 0).

**74\***

В а р и а н т 1. **5\*.** 10,5. **6\*.** Да.

В а р и а н т 2. **5\*.** 20. **6\*.** Да.

**75**

В а р и а н т 1. **3.** а) -2; б) 2,5; в) 0; г) . **4.** а) 0; б) ; в) -3; г) . **5\*.** а) α = 90° + 360°*n*, где *n* – произвольное целое число; б) β = 180°*n*, где *n* – произвольное целое число. **6\*.** а) -90° + 360°*n* ≤ γ ≤ 90° + 360°*n*, где *n* – произвольное целое число; б) -30° + 180°*n* < γ < 30° + 180°*n*, где *n* – произвольное целое число.

В а р и а н т 2. **3.** а) 0; б) 0; в) ; г) . **4.** а) 0; б) ; в) ; г) -1. **5\*.** β= -180° + 360°*n*, где *n* – произвольное целое число; б) α = 90°+ 180°*n*, где *n* – произвольное целое число. **6\*.** а) 360°*n* <  < 180° + 360°*n*, где *n* – произвольное целое число; б) -45° + 180°*n* ≤  ≤ 45+ 180°*n*, где *n* – произвольное целое число.

**76**

В а р и а н т 1. **2.** а) (-1, 0); б) (0, -2). **3.** а) Окружность с центром в начале координат и радиусом 1; б) луч с вершиной в начале координат, составляющий с полярной осью угол . **4.** *r*cos ϕ= -2. **5\*.** . **6\*.** .

В а р и а н т 2. **2.** а) (, ); б) (2, ), б) Да. **3.** а) Луч с вершиной в начале координат, составляющий с полярной осью угол 30°; б) Окружность с центром в начале координат и радиусом 2. **4.** *r*sin ϕ= -1. **5\*.** . **6\*.** .

# **§ 3. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

# ***Контрольная работа № 1***

В а р и а н т 1

1. Найдите площадь равнобедренного треугольника по боковой стороне и высоте, опущенной на основание, которые равны соответственно 5 см и 2 см.

2. Найдите площадь параллелограмма, две высоты которого равны 3 см и 2 см, и угол равен 60°.

3. Площадь ромба равна 367,5 дм2. Найдите диагонали ромба, если они относятся как 3 : 5.

4. Найдите площадь трапеции, у которой основания равны 19 см и 5 см, а боковые стороны 15 см и 13 см.

5\*. Внутри треугольника *ABC* взята точка *M* такая, что площади треугольников *AMB*, *BMC* и *AMC* равны. Докажите, что *M* – точка пересечения медиан данного треугольника.

# В а р и а н т 2

1. Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 9 см.

2. Найдите площадь параллелограмма, если его периметр и высоты равны соответственно 42 см, 8 см и 6 см.

3. Площадь ромба равна 45 дм2. Высота меньше стороны на 4 см. Найдите диагонали ромба.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой боковая сторона равна 15 см, диагональ перпендикулярна боковой стороне и равна 20 см.

5\*. Докажите, что сумма расстояний от точки, взятой внутри правильного треугольника до его сторон, есть величина постоянная, равная высоте данного треугольника.

#

# ***Контрольная работа № 2***

# В а р и а н т 1

1. Найдите площадь правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 2 дм.

 2. Площади двух кругов относятся как 9 : 4, а разность их радиусов равна 4,5 см. Найдите длины их окружностей.

3. Сектор, дуга которого содержит 60°, равновелик кругу радиуса 7,8 см. Найдите радиус сектора.

4. На стороне треугольника взята точка, которая разделила ее в отношении 3 : 5. Из точки проведены прямые, параллельные двум другим сторонам треугольника. Найдите площадь образовавшегося параллелограмма, если площадь треугольника равна 120 мм2.

5\*. Найдите отношение площадей данного треугольника и треугольника, сторонами которого являются медианы данного треугольника.

В а р и а н т 2

1. Найдите площадь правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен 3 дм.

2. Разность длин окружностей двух кругов равна длине окружности третьего круга, радиус которого равен 40 см. Найдите площади первых двух кругов, если их радиусы относятся как 5 : 3.

3. Найдите площадь сегмента круга, радиуса 4 см, если его хорда равна см.

4. Каждая сторона треугольника разделена точками в отношении 2 : 3 : 2. Найдите площадь шестиугольника, вершинами которого являются точки деления, если площадь треугольника равна 245 мм2.

5\*. В равностороннем треугольнике *ABC*, площадь которого равна *Q*, от вершины *A* на сторонах *AB* и *AC* отложены соответственно отрезки *AE* и *AF*, равные каждый третьей части стороны треугольника. Точки *E* и *F* соединены отрезками с противоположными вершинами, которые пересекаются в точке *D*. Найдите площадь образовавшегося четырехугольника *AEDF*.

# ***Контрольная работа № 3***

В а р и а н т 1

1. Найдите длину отрезка *CD*, если: а) *C*(0, -1), *D*(-5, 6); б) *C*(7, -3), *D*(-4, -4).

2. Найдите координаты середины отрезка *QP*, если : а) *Q*(-5, -8), *P*(25, 3); б) *Q*(-18, 6), *P*(6, 18).

3. Найдите координаты центра окружности *x*2 + *y*2 + 14 *y* – 18*x* + 135 = 0.

4. Найдите на оси абсцисс точку одинаково удаленную от точек *E*(-4, 2) и *F*(7, -4).

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*y* + 2| ≤ 1.

# В а р и а н т 2

1. Найдите длину отрезка *EF*, если: а) *E*(-1, 1), *F*(5, -12); б) *E*(-6, 0), *F*(-9, 7).

2. Найдите координаты середины отрезка *RT*, если : а) *R*(9, -17), *T*(0, -15); б) *R*(24, -6), *T*(-5, -8).

3. Найдите радиус и координаты центра окружности *y*2 + *x*2 – 22*y* + 10*x* + 134 = 0.

4. Найдите на оси ординат точку одинаково удаленную от точек *G*(7, 5) и *H*(-1, -3).

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*x* – 1| ≥ 2.

***Контрольная работа № 4***

В а р и а н т 1

1. В параллелограмме *ABCD*, диагонали которого пересекаются в точке *O*, найдите: а) ; б) ; в) .

2. Дан вектор (-5, 8). Найдите координаты точки: а) *H*, если *G*(-6, 1); б) *G*, если *H*(2, -10).

3. При каком значении *m* перпендикулярны векторы  –  и 2+ 3*m*, если (-1, 2), (6, -4).

4. Запишите уравнение прямой, которая имеет вектор нормали (5, -1) и проходит через точку *K*(10, -9).

5\*. Докажите, что для любой точки *X*, принадлежащей отрезку *AB* и произвольной точки *O* плоскости справедливо равенство , где .

В а р и а н т 2

1. В треугольнике *ABC* медианы *AA*1, *BB*1 и *CC*1 пересекаются в точке *M*. Найдите: а) ; б) ; в) .

2. Дан вектор (9, -4). Найдите координаты точки: а) *K*, если *N*(1, -8); б) *N*, если *K*(-5, 4).

3. При каком значении *n* перпендикулярны векторы 2+и *n*– 3, если (-2, 1), (3, -5).

4. Запишите уравнение прямой, которой принадлежит точка *P*(-12, 8) и которая имеет вектор нормали (-3, -4).

5\*. Докажите, что для любой точки *X*, принадлежащей лучу *AB* и произвольной точки *O* плоскости справедливо равенство , где .

***Контрольная работа № 5***

В а р и а н т 1

1. Нарисуйте многоугольник, который задается неравенствами: а)  б) 

2. Найдите: а) sin(-135°); б) tg(-300°)ctg 210°.

3. Упростите выражение: а) ; б) .

4. Найдите декартовы координаты точки, если ее полярные координаты равны: а) (1, ); б) .

5\*. Найдите ГМТ, координаты которых удовлетворяют равенству *y* = |*x*| + 2.

В а р и а н т 2

1. Нарисуйте многоугольник, который задается неравенствами: а)  б) 

2. Найдите: а) cos(-150°); б) tg(315°)ctg(-240°).

3. Упростите выражение: а) ; б) .

4. Найдите декартовы координаты точки, если ее полярные координаты равны: а) (2, -); б) .

5\*. Найдите ГМТ, координаты которых удовлетворяют равенству |*y*| = *x* – 1.

***\*Контрольная работа № 6***

В а р и а н т 1

1. Сколько прямых проходит через: а) одну точку; б) две точки; в) три точки?

2. Найдите сумму всех плоских углов пятиугольной пирамиды.

3. Дан куб *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. Найдите углы между прямыми: а) *AB* и *BB*1; б) *A*1*C*1 и *C*1*D*; в) *AC* и *DC*.

4. Наименьшее и наибольшее расстояния от точки, расположенной вне сферы до точек сферы равны соответственно 12 см и 75 см. Найдите радиус сферы.

5\*. В каждой вершине выпуклого многогранника сходится по четыре ребра. Сколько у него вершин и граней, если он имеет 12 ребер? Изобразите этот многогранник (или многогранники).

В а р и а н т 2

1. Сколько плоскостей проходит через: а) одну точку; б) две точки; в) три точки?

2. Найдите сумму всех плоских углов шестиугольной призмы.

3. Дан куб *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. Найдите углы между прямыми: а) *B*1*C*1 и *C*1*C*; б) *BD* и *BC*1; в) *DC*1 и *D*1*C*.

4. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки, расположенной внутри сферы до точек сферы равны соответственно 38 см и 19 см. Найдите радиус сферы.

5\*. Гранями выпуклого многогранника являются только четырехугольники. Сколько у него вершин и граней, если он имеет 12 ребер? Изобразите этот многогранник (или многогранники).

## ОТВЕТЫ

**№ 1**

В а р и а н т 1. **1. ** см2. **2.**  см2. **3.** 21 дм, 35 дм. **4.** 144 см2.

В а р и а н т 2. **1.** 20,25 см2. **2.** 72см2. **3. , .**  **4.** 192 см2.

**№ 2**

В а р и а н т 1. **1.**  см2. **2.** 18см, 27см. **3.** 7,8см. **4.** 56,25 мм. **5.** 4 : 3.

В а р и а н т 2. **1.**  см2. **2.** 10000см2, 3600см2. **3.**  см2. **4.** 185 мм2. **5.** .

**№ 3**

В а р и а н т 1. **1.** а) ; б) . **2.** а) (10, -2,5); б) (-6, 12). **3.** (9, -7), . **4.** (, 0). **5.** Полоса, ограниченная прямыми *y* = -3 и *y* = -1.

В а р и а н т 2. **1.** а) ; б) . **2.** а) (4,5, -16); б) (9,5, -7). **3.** (-5, 11), . **4.** (0, 4). **5.** Точки вне полосы, ограниченной прямыми *x* = -1 и *x* = 3.

**№ 4**

В а р и а н т 1. **1.** а) ; б) ; в) . **2.** а) *H*(-11, 9); б) *G*(7, -18). **3.** . **4.** 5*x* – *y* – 59 =0.

В а р и а н т 2. **1.** а) ; б) ; в) . **2.** а) *K*(-8, -4); б) *N*(4, 36). **3.** -36. **4.** 3*x* + 4*y* +4 =0.

**№ 5**

В а р и а н т 1. **2.** а) ; б) 3. **3.** а) ; б) . **4.** а) (0, 1); б) (, -). **5\*.** Два луча с вершиной в точке (0, 2), составляющих с осью *Oy* угол 45.

В а р и а н т 2. **2.** а) ; б) . **3.** а) ; б) 0. **4.** а) (0, -2); б) (, ). **5\*.** Два луча с вершиной в точке (1, 0), составляющих с осью *Ox* угол 45°.

**№ 6**

В а р и а н т 1. **1.** а) Бесконечно много; б) одна; в) одна или ни одной. **2.** 1440°. **3.** а) 90°; б) 60°; в) 45°. **4.** 31,5 см. **5.** 6 вершин, 8 граней; октаэдр, любая четырехугольная бипирамида.

В а р и а н т 2. **1.** а) Бесконечно много; б) бесконечно много; в) одна или бесконечно много. **2.** 3600°. **3.** а) 90°; б) 60°; в) 90°. **4.** 28,5 см. **5.** 8 вершин, 6 граней; куб, любая четырехугольная призма и четырехугольная усеченная пирамида.

**§ 4.** **Т Е С Т Ы**

**Тест № 1 *«Площадь четырехугольников»***

1. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 4 см и 6 см, а один из углов равен 30°.

1) 3 см2.

2) 12 см2.

3) 24 см2.

4) 48 см2.

2. Площадь параллелограмма равна 24 см2. Найдите расстояние между его сторонами, равными 8 см.

 1) 3 см.

 2) 4 см.

 3) 8 см.

 4) 12 см.

3. В параллелограмме, площадь которого равна 72 дм2, стороны равны 6 дм и 10 дм. Найдите его высоты.

 1) 1,2 дм, 1,5 дм.

 2) 1,5 дм, 18 дм.

 3) 72 см, 120 см.

 4) 720 дм, 12 дм.

4. Площадь параллелограмма равна 36 см2. Расстояния от точки пересечения диагоналей до его сторон равны 2 см и 3 см. Найдите периметр параллелограмма.

 1) 7,2 см.

 2) 15 см.

 3) 30 см.

 4) 60 см.

5. Найдите площадь параллелограмма по двум его высотам *h*1 и *h*2 и периметру 2*p*.

 1) *h*1*h*2 *p*.

 2) (*h*1+*h*2) *p*.

 3) 2*ph*1*h*2.

 4) .

6. Как изменится площадь прямоугольника, если одну из его сторон увеличить в 12 раз?

 1) Увеличится в 12 раз.

 2) Уменьшится в 6 раз.

 3) Увеличится в 6 раз.

 4) Увеличится в 144 раза.

7. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 2:5, а его площадь равна 400 см2.

 1) 10 см, 40 см.

 2) 4см, 10см.

 3) 16 см, 25 см.

 4) 8см, 20см.

8. Квадрат и ромб имеют одинаковые периметры. Какой из них имеет большую площадь?

 1) Квадрат.

2) Ромб.

 3) Площади равны.

 4) Нельзя определить.

9. Площадь прямоугольника равна 400 см2. Одну из его сторон увеличили в 2 раза, а другую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь получившегося прямоугольника.

 1) 50 см2.

 2) 80 см2.

3) 100 см2.

4) 200 см2.

10. Найдите площадь участка, имеющего форму прямоугольника, в гектарах, если его стороны равны 100 м и 300 м.

 1) 0,03 га.

 2) 3 га.

 3) 30 га.

 4) 300 га.

11. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 6 см и 8 см.

 1) 12 см2.

 2) 24 см2.

 3) 28 см2.

 4) 48 см2.

12. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна *d*.

 1) *d*2.

 2) 2 *d*.

 3) .

 4) .

13. В прямоугольнике, стороны которого равны 1 см и 3 см, проведены до взаимного пересечения биссектрисы двух углов при большой стороне. Найдите площадь получившегося четырехугольника.

 1) 1,5 см2.

 2) 2 см2.

 3) 3 см2.

 4) 4 см2.

14. Площадь ромба равна 2 м2, тупой угол равен 150°. Найдите периметр ромба.

 1) 1 м.

 2) 2 м.

 3) 8 м.

4) 16 м.

15. Площадь ромба равна 18 дм2. Найдите его диагонали, если они относятся как 1:4.

 1) 9 дм и 36 дм.

 2) 3 см и 12 см.

 3) 6 см и 24 см.

 4) 12 дм и 3 дм.

16. Высота трапеции равна 12 см, площадь – 120 см2. Найдите ее среднюю линию.

 1) 5 см.

 2) 10 см.

 3) 12 см.

 4) 20 см.

17. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 15 см и 17 см, и боковая сторона составляет с одним из оснований угол 45°.

 1) 8 см2.

2) 16 см2.

 3) 32 см2.

 4) 127,5 см2.

18. Найдите площадь прямоугольной трапеции, у которой меньшие стороны равны по 12 см каждая, а наибольший угол равен 135.

 1) 216 см2.

2) 144 см2.

3) 72 см2.

4) 48 см2.

19. Основания равнобедренной трапеции равны 9 см и 5 см, боковые стороны равны средней линии. Найдите ее площадь.

 1) 22,5 см2.

2) 42см2.

3) 3см2.

4) 21см2.

20. Площадь трапеции равна 60 см2, а ее высота равна 2 см. Найдите основания трапеции, если они относятся как 5:7.

 1) 25 см и 35 см.

 2) 30 см и 42 см.

 3) 10 см и 14 см.

 4) 5 см и 25 см.

**Тест № 2 *«Площадь треугольника»***

1. Два треугольника имеют по равной стороне. Как относятся их площади?

 1) Как высоты.

 2) Как периметры.

3) Как высоты, проведенные к данным сторонам.

 4) Нельзя определить.

2. Две стороны треугольника равны 8 см и 6 см. Высота, проведенная к первой стороне равна 12 см. Найдите высоту, проведенную ко второй стороне.

 1) 4 см.

 2) 8 см.

 3) 16 см.

 4) 32 см.

3. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 см и 12 см. Найдите его высоты.

 1) 5 см, 4см, 12 см.

 2) 2,5 см, 6 см, 13 см.

 3) 5 см, 8,5 см, 12 см.

 4) 25 см, 144 см, 169 см.

4. Найдите площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 5 см, а один из катетов равен 4 см.

 1) 10 см2.

 2) 5 см2.

 3) 12 см2.

 4) 6 см2.

5. Найдите площадь прямоугольного равнобедренного треугольника по его гипотенузе *c*.

 1) .

 2) .

 3) 2*c*2.

 4) *c*2.

6. Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной 1.

 1) 2.

 2) .

 3) .

 4) .

7. Найдите квадрат стороны правильного треугольника, если его площадь равна *Q*.

 1) .

 2) 4 *Q*2.

 3) *Q*.

 4) 2.

8. Найдите площадь равностороннего треугольника по его высоте *h*.

 1) *h*.

2) *h*.

 3) *h*2.

 4) *h*2.

9. Найдите высоту ромба, если его диагонали относятся как 3:4, а площадь равна 96 см2.

 1) 4,8 см.

 2) 6 см.

3) 8 см.

4) 6,4 см.

10. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание равно 6 см, а боковая сторона равна 10 см.

 1) 3см2.

 2) 27 см2.

 3) 16 см2.

 4) 30 см2.

11. Как относятся площади фигур, на которые разделен треугольник своей средней линией?

 1) 1:2.

 2) 1:3.

 3) 1:4.

 4) 2:3.

12. Стороны треугольника равны 10 см и 16 см, угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.

 1) 40 см2.

 2) 40см2.

 3) 80 см2.

 4) 40см2.

13. Во сколько раз площадь параллелограмма больше площади четырехугольника, вершины которого находятся в серединах сторон данного параллелограмма.

 1) В 2 раза.

 2) В 4 раза.

 3) В 8 раз.

 4) В 16 раз.

14. На стороне треугольника взята точка, из которой проведены прямые, параллельные двум другим сторонам. Найдите площадь получившегося четырехугольника, если площадь данного треугольника равна 60 см2.

 1) 15 см2.

 2) 20 см2.

 3) 30 см2.

4) 45 см2.

15. В каких пределах находится площадь (*S*) треугольника со сторонами 9 см и 2 см?

 1) *S* > 9 см2.

 2) *S* <18 см2.

 3) 0*S* < 18 см2.

 4) 0 < *S * 9 см2.

16. Найдите наибольшую площадь треугольника, имеющего стороны 10 см и 20 см.

 1) 40 см2.

 2) 100 см2.

 3) 200 см2.

 4) 400 см2.

17. На сколько равновеликих треугольников разбивается треугольник своими медианами?

 1) На 2.

2) На 4.

 3) На 6.

 4) Нет равновеликих треугольников.

18. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Найдите его площадь.

 1) 21 см2.

2) 42 см2.

3)  см2.

4) 84 см2.

19. Стороны треугольника относятся как 4:13:15. Площадь равна 96 см2. Найдите его стороны.

 1) 8 см, 26 см, 30 см.

 2) 2 см, 6,5 см, 7,5 см.

 3) 16 см, 52 см, 60 см.

 4) 2 см,  см,  см.

20. Медианы равнобедренного треугольника равны 15 дм, 18 дм, 15 дм. Найдите площадь этого треугольника.

 1) 90 дм2.

 2) 120 дм2.

 3) 135 дм2.

 4) 144 дм2.

**Тест № 3 *«Площадь круга и правильных многоугольников»***

1. Найдите площадь круга, диаметр которого равен 4 см.

 1) π см2.

 2) 2π см2.

 3) 4π см2.

 4) 16π см2.

2. Найдите радиус круга, если его площадь равна 45π дм2.

 1) 90π дм.

 2) 22,5π дм.

 3) 9дм.

 4) 3дм.

3. Найдите диаметр круга, площадь которого равнялась бы сумме площадей двух кругов радиусов 4 см и 3 см.

 1) 7π см.

 2) 2 см.

 3) 4 см.

 4) 10 см.

4. Радиус окружности разделен пополам, и через точку деления проведена окружность, концентрическая данной окружности. Найдите отношение площадей соответствующих кругов.

 1) 1:2.

 2) 1:3.

 3) 1:4.

 4) 2:3.

5. Радиус окружности разделен на три равные части, и через точки деления проведены окружности, концентрические данной. Найдите отношения площадей частей, на которые они разделили соответствующий круг.

 1) 1:2:3.

 2) 1:4:9.

 3) 1:3:4.

 4) 1:3:5.

6. Найдите площадь круга, описанного около равностороннего треугольника со стороной 3 см.

1) 2π см2.

 2) 3π см2.

 3) 4,5π см2.

 4) 9π см2.

7. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной, равной 6 см.

1) π см2.

 2) 2π см2.

 3) 3π см2.

 4) π см2.

8. Найдите отношение площадей кругов, вписанного и описанного около единичного квадрата.

 1) 1:2.

 2) 1:4.

 3) 1:.

 4) :2.

9. Найдите площадь части круга (сектора), лежащего внутри центрального угла в 45°, если радиус круга равен 8 дм.

 1) 4π дм2.

 2) 8π дм2.

 3) 16π дм2.

 4) 64π дм2.

10. Какую часть площади круга занимает сектор, если его центральный угол равен 150°?

 1) .

 2) .

 3) 

4) .

11. Сколько градусов содержит центральный угол сектора, если он составляет  площади круга.

 1) 24°.

 2) 48°.

 3) 90°.

 4) 96°.

12. Найдите площадь кольца, заключенного между концентрическими окружностями радиусов *R* и *r* (*R>r*).

 1) *R*2-*r*2.

 2) .

 3) .

 4) .

13. Найдите отношение площадей равностороннего треугольника и квадрата, периметры которых равны.

 1) 4:9.

 2) 1: .

 3) 1:3.

 4) :2.

14. Найдите площадь правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 4 см.

 1) 4π см2.

 2) 16π см2.

 3) 4см2.

 4) 24см2.

15. Найдите площадь части круга радиуса 2 см, расположенной вне вписанного в этот круг правильного шестиугольника.

 1) 2(2π-3) см2.

 2) 2(2π-3) см2.

 3) 4(π-9) см2.

 4) 32 см2.

16. Периметры правильных многоугольников относятся как 2:3. Найдите отношение их площадей.

 1) 4:9.

 2) :.

 3) 2:3.

 4) 2:5.

17. Найдите отношение площадей правильных шестиугольников, один из которых вписан, а другой описан около данной окружности.

 1) 1:2.

 2) 3:4.

 3) 1:6.

 4) 2:3.

18. Около окружности радиуса 24 см описан многоугольник, площадь которого равна 96 см2.Найдите периметр многоугольника.

 1) 48 см.

 2) 24 см.

 3) 8 см.

 4) 16 см.

19. Найдите площадь правильного *n*-угольника, вписанного в круг радиуса *R*.

 1) *nR*2sin .

 2) *nR*2sin .

 3) *n*2*R*2tg.

 4) 2*n*2*R*2cos.

20. В окружность вписан правильный треугольник, площадь которого равна *Q*, а в треугольник вписана окружность. Найдите площадь получившегося кольца.

 1) *Q*2.

 2) .

 3) *Q*.

 4) *Q*.

**Тест № 4 *«Координаты и векторы на плоскости»***

1. На прямой, перпендикулярной оси абсцисс, взяты две точки. У одной абсцисса равна -2. Чему равна абсцисса другой точки?

 1) 2.

 2) 0.

 3) -2.

 4) Нельзя определить.

2. На прямой, параллельной оси ординат, взяты две точки. Абсцисса одной из них равна 5. Чему равна ордината другой точки?

 1) 5.

 2) 0.

 3) -5.

 4) Нельзя определить.

3. Из точки *A*(-1, 8) опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите координаты его основания.

 1) (-1, 0).

 2) (0, 8).

 3) (1, 0).

 4) (0, -8).

4. Через точку *B*(5, -4) проведена прямая, параллельная оси абсцисс. Найдите координаты ее точки пересечения с осью ординат.

 1) (5, 0).

 2) (-5, 0).

 3) (0, -4).

 4) (0, 4).

5. Найдите координаты середины отрезка *CD*, если *C*(0, -9) и *D*(-5, 16).

 1) (0, -3,5).

 2) (-2,5, 3,5).

 3) (-5, -7).

 4) (-2,5, -3,5).

6. Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых *x*=-*y*.

 1) Прямые, параллельные оси абсцисс.

 2) Биссектрисы первого и третьего координатных углов.

 3) Биссектрисы второго и четвертого координатных углов.

 4) Прямые, перпендикулярные оси абсцисс.

7. Найдите расстояние между точками *M*(0, -8) и *N*(-1, 0).

 1) -3.

 2) 3.

 3) .

 4) .

8. Напишите уравнение окружности с центром в точке *O*(-2, 7), проходящей через начало координат.

 1) *x*2+*y*2=9.

2) (*x*-2)2+(*y*+7)2=9.

 3) (*x*+2)2+(*y-*7)2=53.

 4) *x*2+*y*2=.

9. На оcи ординат найдите точку, одинаково удаленную от точек *E*(1, 2) и *F*(3, 4).

 1) (2, 1).

2) (-2, 0).

 3) (0, 2).

 4) (0, 5).

10. Сколько неравных векторов определяют вершины параллелограмма?

 1) 2.

 2) 4.

 3) 8.

 4) 12.

11. Сколько пар равных векторов определяют вершины квадрата?

 1) 4.

 2) 6.

 3) 8.

 4) 12.

12. Найдите сумму векторов .

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

13. Сторона равностороннего треугольника *KLM* равна *a*. Найдите ||.

 1) *a*.

 2) *a*.

 3) *a*.

 4) *a*.

14. В прямоугольном треугольнике *ABC* (*C*=90°) стороны *AC*=6 см и *BC*=8 см. Найдите ||.

 1) 14 см.

 2) 100 см.

 3) 10 см.

 4) 5 см.

15. В треугольнике *FGH* точки *M* и *N* – середины соответственно сторон *FG* и *GH*. Выразите вектор  через векторы  и .

 1) 2.

 2) 2.

 3) .

 4) .

16. При каком расположение векторов  и  достигается равенство |-|=||-||?

 1) Сонаправлены.

 2) Противоположно направлены.

 3) Лежат на одной прямой.

 4) Лежат на параллельных прямых.

17. Найдите координаты вектора , если *P*(1, -3) и *Q*(3, -1).

 1) (2, 0).

 2) (2, 2).

 3) (2, -2).

 4) (1, 2).

18. Вектор  имеет координаты (9, -12). Найдите координаты точки *C*, если *A*(-6, 5).

 1) (3, -7).

 2) (-3, -17).

 3) (-3, 17).

 4) (-3, -7).

19. Найдите скалярное произведение векторов  и , если *A*(0, -5), *B*(3, 6), *C*(-8, 10).

 1) -180.

2) -59.

 3) 29.

 4) 11.

20. Какой угол образуют единичные векторы  и , если векторы 2+4и 5-4перпендикулярны?

 1) 30°.

 2) 60°.

3) 120°.

4) cos ϕ=-.

**Тест № 5 *«Элементы стереометрии»***

1. Сколько плоскостей можно провести через две точки?

 1) Одну.

 2) Две.

 3) Четыре.

 4) Бесконечно много.

2. Две плоскости имеют общую точку. Какой фигурой является их пересечение?

 1) Точкой.

 2) Отрезком.

 3) Прямой.

 4) Полуплоскостью.

3. При каком расположении трех точек через них можно провести бесконечно много плоскостей?

 1) Не принадлежат одной прямой.

 2) Принадлежат одной прямой.

 3) Являются вершинами равностороннего треугольника.

 4) Принадлежат одной окружности.

4. Какое наименьшее число граней может иметь многогранник?

 1) Две.

 2) Три.

 3) Четыре.

 4) Шесть.

5. Сколько ребер у пятиугольной призмы?

 1) 5.

 2) 7.

 3) 10.

 4) 15.

6. Сколько граней у двенадцатиугольной пирамиды?

 1) 11.

 2) 12.

 3) 13.

 4) 24.

7. Какой многоугольник лежит в основании призмы, которая имеет 9 граней?

 1) Треугольник.

 2) Шестиугольник.

3) Семиугольник.

4) Одиннадцатиугольник.

8. Какой многоугольник лежит в основании пирамиды, у которой 24 ребра?

 1) Четырехугольник.

 2) Шестиугольник.

3) Восьмиугольник.

4) Двенадцатиугольник.

9. Сколько плоских углов имеет гексаэдр?

1) 8.

 2) 10.

 3) 16.

 4) 24.

10. Найдите сумму всех плоских углов шестиугольной призмы.

 1) 1140°.

 2) 2160°.

 3) 2880°.

 4) 3600°.

11. Найдите сумму всех плоских углов семиугольной пирамиды.

 1) 2160°.

 2) 1440°.

 3) 1260°.

 4) 900°.

12. Сколько вершин у додекаэдра?

 1) 6.

 2) 12.

 3) 20.

 4) 60.

13. Сколько ребер у икосаэдра?

 1) 10.

 2) 20.

 3) 30.

 4) 60.

14. Какое наименьшее число цветов нужно взять, чтобы правильно раскрасить поверхность октаэдра? (Соседние грани должны иметь разные цвета.)

 1) 2.

 2) 3.

 3) 4.

 4) 8.

15. Сколько граней имеет усеченный тетраэдр? (Усеченный тетраэдр получается из правильного тетраэдра проведением четырех плоскостей, каждая из которых отсекает третью часть ребер, выходящих из одной вершины.)

 1) 4.

 2) 8.

 3) 6.

 4) 12.

16. Сколько вершин имеет усеченный октаэдр?

 1) 6.

 2) 8.

 3) 12.

4) 24.

17. Сколько пятиугольных граней имеет усеченный икосаэдр?

 1) 10.

 2) 12.

 3) 20.

 4) 60.

18. Сколько диаметров имеет сфера?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 4.

 4) Бесконечно много.

19. Какой фигурой является сечение шара плоскостью?

 1) Отрезком.

 2) Окружностью.

 3) Кругом.

 4) Сферой.

20. Что является пересечением двух больших окружностей одной сферы?

 1) Центр сферы.

 2) Диаметр сферы.

 3) Две диаметрально противоположные точки.

 4) Большой круг.

**ОТВЕТЫ**

|  |  |
| --- | --- |
| Номерзадания | Номер теста |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2) | 3) | 3) | 3) | 4) |
| 2 | 1) | 3) | 4) | 4) | 3) |
| 3 | 3) | 1) | 4) | 1) | 2) |
| 4 | 3) | 4) | 3) | 3) | 3) |
| 5 | 4) | 2) | 4) | 2) | 4) |
| 6 | 1) | 3) | 2) | 3) | 3) |
| 7 | 2) | 3) | 3) | 4) | 3) |
| 8 | 1) | 3) | 1) | 3) | 4) |
| 9 | 4) | 4) | 2) | 4) | 4) |
| 10 | 2) | 1) | 4) | 3) | 4) |
| 11 | 2) | 2) | 4) | 1) | 1) |
| 12 | 4) | 2) | 3) | 2) | 3) |
| 13 | 2) | 1) | 1) | 3) | 3) |
| 14 | 3) | 3) | 4) | 3) | 1) |
| 15 | 4) | 4) | 2) | 1) | 2) |
| 16 | 2) | 2) | 1) | 1) | 4) |
| 17 | 2) | 3) | 2) | 2) | 2) |
| 18 | 1) | 4) | 3) | 1) | 4) |
| 19 | 4) | 1) | 2) | 4) | 3) |
| 20 | 1) | 4) | 2) | 2) | 3) |

Конец формы

**§ 5. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ**

**Площадь многоугольников**

1. Найдите площадь участка, план которого приведен на рисунке 15. (Размеры даны в метрах.) Выразите площадь в: а) арах; б) гектарах.



2. Площадь земельного участка, имеющего форму прямоугольника, равна 9 га, ширина равна 150 м. Найдите длину этого участка.

3. Пол в танцевальном зале имеет форму прямоугольника размером 8 м x 15 м. Его требуется покрыть паркетной плиткой. Сколько нужно подготовить квадратных плиток, размером 50 см x 50 см, если на обрезки и пригонку затрачивается 2% площади всех плиток.

4. Вычислите давление, которое оказывает прибор весом 7,65 т на на 1 см2 своего фундамента, имеющего форму равностороннего треугольника со стороной 3 м.

5. На рисунке 16 изображен поперечный профиль дороги. Вычислите его площадь, если ширина полотна дороги *a* = 7,5 м, *h* – стрела подъема полотна над насыпью составляет 2% ширины полотна, откосы наклонены к линии горизонта под углом 45и высота насыпи *H* = 1,5 м.



6. Земельный участок треугольной формы, назовем его *MNK*, площади 5 га нужно разделить межой *MX* на две части так, чтобы площадь *MXK* составила 1,5 га. Найдите длину *KX*, если *KN* = 40 м.

7. Земельный участок имеет форму треугольника. Как разделить его на три равновеликих участка таким образом, чтобы в каждом было по одной стороне треугольника?

8. Найдите наиболее простой способ деления поля, имеющего форму параллелограмма на: а) две; б) четыре равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

9. Как через точку внутри квадратной поляны провести прямую тропинку так, чтобы она отсекла участок наименьшей площади.

10. На куске фанеры, имеющей форму параллелограмма сделали разметку, как показано на рисунке 17, где *KL* || *AB* и *MN* || *BC*, и выпилили четырехугольники *AMPK* и *PLCN*. Равновелики ли эти четырехугольники? Зависит ли равновеликость от выбора точки *P* на диагонали *BD*?

11. Найдите площадь поперечного сечения ромбовидных напильников, диагонали которых равны: а) 1,3 см и 36 мм; б) 2,1 мм и 2,7 см.

12. Какие измерения нужно произвести, чтобы найти площадь вырезанной из квадратного листа фанеры рамки, имеющей форму: а) восьмиугольника (рис. 18, а); б) греческого креста (рис. 18, б); в) восьмиугольника (рис. 18, в). (Каждая сторона квадрата разделена на три равные части.) Найдите площадь рамки, если взят единичный квадрат.



13. Детская площадка квадратной формы огорожена забором, закрепленном с помощью четырех столбов, находящихся в вершинах квадрата. Как увеличить площадь в два раза, чтобы новая площадка тоже имела форму квадрата, и столбы остались по ее периметру.

14. Из листа цветной бумаги прямоугольной формы (рис. 19, *AE* || *CF*) вырезали два треугольника. Найдите процент оставшейся от листа площади, если *DC* = 20 см, *AF* = 2,2 см.



15. Из листа фанеры прямоугольной формы размером 220 см x 160 см необходимо вырезать заготовки в виде равнобедренных трапеций с основаниями 20 см, 60 см и углом 45°. Сколько заготовок получится из данной фанеры? Определите процент неизрасходованной площади.

16. Найдите площадь клумбы, имеющей форму трапеции, если одна из ее боковых сторон равна 8 м, угол 30° и известно, что вокруг нее можно описать окружность и в нее можно вписать окружность.

17. Пол кухни размера 3 м x 3 м нужно застелить линолиумом, состоящим из плиток формы: а) правильных восьмиугольников и квадратов; б) правильных шестиугольников. Сколько потребуется плиток, если их стороны равны 15 см?

18. Как разделить участок, имеющий форму выпуклого четырехугольника на две равновеликие части межой, проведенной через одну из его вершин?

19. Сколько потребуется краски, чтобы выкрасить с двух сторон железный щит в виде прямоугольного треугольника, если гипотенуза треугольника равна 5 м, разность катетов равна 3 м и на 5 см2 расходуется 1,8 г краски.

20. Внутри участка, имеющего форму правильного шестиугольника, решили посадить цветы в виде клумбы, также имеющей форму шестиугольника и образованной меньшими диагоналями внешнего шестиугольника. Найдите площадь клумбы, если площадь участка равна 8,4 м2.

**Площадь круга и его частей**

21. Дерево имеет в обхвате 1,2 м. Найдите площадь поперечного сечения в этом месте, имеющего приблизительно форму круга.

22. Часы, установленные на высотном здании Московского государственного университета имеют диаметр около 8,8 м. Найдите площадь, которую занимает циферблат этих часов. Сравните ее с площадью вашего кабинета.

23. Найдите площадь бумажного змея, чертеж которого приведен на рисунке 20 в масштабе 1 клетка = 0,1 м.



24. Из медного квадратного листа вырезали круг наибольшего диаметра. Найдите площадь листа, если площадь круга равна 68,68 см2.

25. Сколько нужно семян, чтобы засеять круглую клумбу диаметром 3,2 м, если на 1 см2 идет 0,0004 г?

26. Сколько нужно песка, чтобы окружить круглую клумбу прилегающей к ней дорожкой шириной 0,5 м, если на 1 м2 требуется 0,8 дм3 песка и наибольший диаметр равен 18 м?

27. В будильнике минутная стрелка длиннее часовой на 8 мм. Найдите длину этих стрелок, если площадь кольца, заключенного между окружностями, которые они описывают, равна 13,5 см2.

28. На рисунке 21 изображена мишень. В каком отношении находятся площади ее наименьшего круга и круговых колец, если ширина каждого кольца равна радиусу внутреннего круга.

29. Найдите площади сечений деталей, заштрихованных на рисунке 22, приняв стороны равностороннего треугольника и квадрата за единицу. В случае в) сторона квадрата разделена на три равные части, в случае д) в отношении 1 : 2 : 1.

30. Найдите площади деталей, заштрихованных на рисунке 23.



**Координаты и векторы**

31. На рисунке 24 изображено колесо карусели, закрепленное в центре *O* планкой *AB*, причем *AO = OB*. По периметру колеса расположены кресла. Докажите, что сумма квадратов расстояний от них до концов планки есть величина постоянная.



32. Проводятся соревнования по ориентированию на местности. Участникам раздали карты, на которых пункты сбора отмечены в вершинах четырехугольника, имеющих координаты *A*(-2, -5), *B*(-5, 3), *C*(3, 9), *D*(8, -3). Спортсмены разбиты на четыре команды, которые должны начать движение из точек *E*, *F*, *G* и *H* – середин соответствующих сторон *AB*, *BC*, *CD* и *AD* четырехугольника – в пункты, расположенные в серединах отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника. Изобразите план и определите координаты точек *E*, *F*, *G*, *H*, точек – пунктов встреч, а также расстояние, которые прошли команды до места встреч.

33. Определите расстояние между пунктом *O* и недоступной точкой *M*, если известны расстояния ( в км) *OA*, *OB* и *OC*, где *A*, *B*, *C* – пункты, расположенные в вершинах треугольника, центроидом которого является точка *M*. Точки имеют следующие координаты: *O*(0, 0), *A*(-7, 8), *B*(8, 15), *C*(-4, 1).

34. Участок *ABC* треугольной формы разделили на две равновеликие части, проведя межу *AO* (рис. 25). В свою очередь *AO* тоже разделили пополам вехой *M* и провели межу *BM*, которая пересекла *AC* в точке *D*. Докажите, что .

35. К одной точке приложены три силы *P*1 = 30*H*, *P*2 = 50*H*, *P*3 = 30*H*, располагающиеся в одной плоскости. Углы между соседними силами равны 120°. Найдите величину и направление равнодействующей силы.

36. Какую силу нужно приложить к прямолинейному направлению движения под углом: а) 45°; б) 60°, чтобы на пути в 1 км она совершила работу, равную 200 Дж?

37. Под каким углом нужно приложить силу в 20 *H* к прямолинейному направлению движения, чтобы на пути в 50 м она совершила работу в 100 Дж?

38. Какой угол образуют единичные векторы  и , если известно, что векторы  + 2и 5- 4перпендикулярны.

39. Какой геометрический смысл имеет формула: а) (+ )(– ) = 2 + 2; б) (+ )2 + (– )2 = 2(2 + 2)?

40. Под каким углом видит путешественник береговую полосу *AB* с корабля *K*, если *KAB* – равнобедренный треугольник, медианы которого, проведенные к боковым сторонам перпендикулярны (рис. 26).



**Тригонометрия**

41. Тропинка длиной 1,8 км, поднимаясь в гору, образует с горизонтом угол 6°. На какой высоте от подошвы горы находится база альпинистов, расположенная на вершине горы.

42. Объясните, как можно найти высоту дерева, используя прибор – *высотомер*, изображенный на рисунке 27.

43. Самолет был обнаружен вертикальным лучом прожектора, расположенным в 1,5 км от аэропорта. В то же время диспетчер в аэропорту увидел этот самолет под углом в 30°. Найдите высоту, на которой находился самолет в этот момент и расстояние от самолета до аэропорта.

44. Самолет находится на высоте 7000 м и приближается к аэропорту. Для посадки летчик должен производить снижение под постоянным углом 6°. На каком расстоянии от посадочной полосы он должен начать снижение?

45. Ширина дачного домика равна 6 м, ширина одного ската его двускатной крыши равна 5 м. Под каким углом к потолку поставлены стропила крыши?

46. На склоне холма стали рыть туннель длиной 0,5 км по направлению, составляющему с горизонтом угол 5°. На каком расстоянии от поверхности холма будет находиться конец туннеля, если скат холма образует с горизонтом угол наклона 30°?

47. Для определения высоты колонны поступили следующим образом: отошли от ее основания на 100 м, поставили угломерный прибор высотой 1,6 м и установили, что вершина колонны видна под углом 22°. Найдите высоту колонны.

48. Из некоторой точки вершина горы видна под углом 30°. При приближении к горе на 0,5 км вершина стала видна под углом 45°. Найдите высоту горы.

49. Корабль движется на восток со скоростью 16 узлов (один узел равен одной морской миле в час, одна морская миля равна 1,852 км). В 12 часов азимут направления на маяк составил 60°, а в 12 часов 30 минут составил 30°. Определите расстояние, на котором находился корабль от маяка в 12 часов 30 минут.

50. Из городов *A* и *C* одновременно выезжают два поезда в направлениях *AB* и *CD*. Скорость первого поезда 80 км/ч, второго – 100 км/ч. Направления движения *AB* и *CD* пересекаются в точке *M* под углом 60°, причем *AM =* 150 км, *CM* = 120 км. Определите, через какое время от начала движения поезда удалятся друг от друга на расстояние, равное расстоянию между городами *A* и *C*.

**ОТВЕТЫ**

**1.** а) 22,54 а; б) 0,5184 га. **2.** 600 м. **3.** 490 плиток. **4.** 0,2 кг/см2. **5.** 14,0625 м2. **6.** 12 м. **7.** Найти точку пересечения медиан и соединить ее с вершинами треугольника. **8.** а) Провести диагональ параллелограмма; б) провести диагональ, затем в образовавшихся треугольниках – медианы. **9.** Если точка – центр квадрата, то решений бесконечно много – это любая прямая, проходящая через центр. В других случаях нужно провести прямую, перпендикулярную диагонали. **10.** Данные четырехугольники – равновеликие параллелограммы. **11.** а) 2,34 см2; б) 0,2835 см2. **12.** а) ; б), в) . **13.** Решение показано на рисунке 49. **14.** 11%. **15.** 42, ≈4,5%. **16.** 32 м2. **17.** а) ≈200 плиток; б) ≈154 плитки. **18.** Решение показано на рисунке 50. **19.** 28,8 кг. **20.** 2,8 м2. **21.** ≈0,12 м. **22.** ≈61 м2. **23.** ≈0,52 м2. **24.** 88 см2. **25.** ≈32 г. **26.** ≈22 дм3. **27.** 3,2 см, 2,4 см. **28.** 1 : 3 : 5 : 7. **29.** а) ; б) ; в) . **30.** а) ; б) ; в) . **31.** Решение показано на рисунке 51. **32.** *E*(-3,5, -1), *F*(-1, 6), *G*(5,5, 3), *H*(3, -4). Середины *EG* и *FH* совпадают, это точка с координатами (1, 1). **33.**  ≈ 8,065 (км). **35.** Решение показано на рисунке 52; равнодействующая сила *R* = 20*H*. **36.** а) ≈0,39*H*; б) ≈0,23*H*. **37.** α≈7136’. **38.** 60. **40. **≈3652’. **41.** 188 м. **43.** 866 м; 1,733 км. **44.** Решение показано на рисунке 53; *BC* ≈ 67 км. **45.** ≈53. **46.** Решение показано на рисунке 54; *HB* ≈ 287 м. **47.** 42 м. **48.** Решение показано на рисунке 55; *BH* ≈ 683 м. **49.** Решение показано на рисунке 56; *NM* ≈14,816 км. **50.** Решение показано на рисунке 57; *t* ≈ 2 ч 48 мин.

****

**§ 6. ЭЛЕМЕНТЫ СТЕРЕОМЕТРИИ**

1. Изобразите следующую геометрическую ситуацию: прямая *a* лежит в плоскости α, прямая *b* пересекает плоскость α в точке *B*, которая не принадлежит прямой *a*. Сделайте соответствующие записи с помощью математической символики.

2. Изобразите следующую геометрическую ситуацию: плоскости α и β пересекаются по прямой *c*, прямая *l* пересекает плоскости α и β соответственно в точках *A* и *B*, которые не принадлежат прямой *c*. Сделайте соответствующие записи с помощью математической символики.

3. Изобразите плоскости α, β, γ, δ, которые имеют общую прямую *h*.

4. Изобразите плоскости α, β, γ, которые имеют общую точку *H*.

5. Пусть плоскости α, β пересекаются по прямой *c*. Плоскость γ пересекает плоскости α и β соответственно по прямым *a* и *b*, причем *a* || *c*, *b* || *c*. Сделайте предположение о взаимном расположении прямых *a* и *b*.

6. Три вершины: а) треугольника; б) параллелограмма; в) пятиугольника принадлежат плоскости. Будет ли вся фигура лежать в этой плоскости?

7. Три точки: а) окружности; б) квадрата; в) трапеции принадлежат плоскости. Будет ли вся фигура лежать в этой плоскости?

8. Изобразите ромб *ABCD*, у которого: а) вершины *A* и *D* принадлежат плоскости α и плоскость ромба не совпадает с данной плоскостью; б) вершины *A* и *C* принадлежат плоскости α и плоскость ромба не совпадает с данной плоскостью; в) вершины *B*, *C* и *O* – точка пересечения диагоналей принадлежат плоскости α.

9. Какой многоугольник лежит в основании: а) призмы; б) пирамиды, если у нее 60 ребер?

10. Найдите сумму всех плоских углов: а) куба; б) октаэдра; в) пятиугольной пирамиды; г) десятиугольной призмы.

11. Сколько красок потребуется для правильной раскраски граней: а) призмы с четным числом боковых ребер; б) пирамиды с четным числом боковых ребер; в) призмы с нечетным числом боковых ребер; г) пирамиды с нечетным числом боковых ребер; д) бипирамиды с четным числом ребер в общем основании; е) бипирамиды с нечетным числом ребер в общем основании.

12. В правильном единичном тетраэдре *ABCD* найдите углы: а) *ADB*; б) *ABC*; в) *CMD*, где *M* – середина ребра *AC*; г) *DHC*, где *H* – середина ребра *AB*; д) *AKB*, где *K* – середина ребра *CD*.

13. Найдите углы между пересекающимися диагоналями граней прямоугольного параллелепипеда с измерениями 7 см, 7см, 7 см.

14. Изобразите многогранники, имеющие: а) трехгранные; б) четырехгранные; в) пятигранные углы.

15. Сколько плоскостей можно провести через различные пары из: а) двух; б) трех; в) четырех; г) *n* параллельных прямых, никакие три из которых не лежат в одной плоскости?

16. На рисунке 28 изображена правильная шестиугольная призма. Запишите все ребра: а) параллельные ребру *AB*; б) параллельные ребру *CC*1; в) скрещивающиеся с ребром *EF*; г) скрещивающиеся с ребром *BB*1.



17. Изобразите четырехугольную пирамиду: а) выпуклую; б) невыпуклую.

18. Изобразите пятиугольную призму: а) выпуклую; б) невыпуклую.

19. Изобразите невыпуклый многогранник, все грани которого являются выпуклыми многоугольниками.

20. Будет ли треугольная бипирамида, составленная из правильных тетраэдров правильным многогранником. Почему?

21. Изобразите: а) куб; б) октаэдр; в) тетраэдр и двойственный к нему многогранник.

22. Найдите сумму плоских углов каждого правильного многогранника.

23. Найдите число двугранных углов каждого правильного многогранника.

24. Определите число вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) усеченного: а) тетраэдра; б) гексаэдра; в) октаэдра; г) додекаэдра; д) икосаэдра.

25. Нарисуйте куб и полученный из него кубооктаэдр. Найдите ребро кубооктаэдра, если ребро куба равно 4 см. Определите число его вершин, ребер и граней.

26. Изобразите многогранник, который не является ни правильным, ни полуправильным, но все грани которого – правильные многоугольники.

27. Изобразите вписанный в куб: а) тетраэдр; б) многогранник Кеплера – “Stella Octangula”, найдите его ребро, если ребро куба равно *a*. Какой многогранник является пересечением тетраэдров, образующих многогранник Кеплера?

28. Нарисуйте куб и полученный из него усеченный куб Найдите ребро усеченного куба, если ребро куба равно *b*.

29. Поверхность какого многогранника напоминает поверхность футбольного мяча? Сколько у этого многогранника граней и какого они вида?

30. Изобразите многоугольник, который состоит из: а) четырех равных правильных треугольников; б) шести равных квадратов; в) восьми правильных треугольников и является разверткой соответственно правильного: а) тетраэдра; б) гексаэдра; в) октаэдра.

31. Изобразите многоугольник, который состоит из: а) четырех равных правильных треугольников; б) шести равных квадратов; в) восьми правильных треугольников и не является разверткой соответственно правильного: а) тетраэдра; б) гексаэдра; в) октаэдра.

32. Изобразите развертку правильной: а) треугольной призмы; б) четырехугольной пирамиды.

33. Изобразите развертку: а) правильной четырехугольной призмы; б) прямоугольного параллелепипеда; в) наклонного параллелепипеда.

34. Изготовьте модели многогранников по разверткам, изображенным на рисунке 29. Как они называются?



35. Каким образом из правильной *n*-угольной призмы получить соответствующий полуправильный многогранник – *n*-угольную антипризму, если: а) *n* = 4; б) *n* = 5; в) *n* = 6; г) *n = m*?

36. Какое число цветов нужно взять, чтобы правильно окрасить поверхность многогранников из задачи 34?

37. Изобразите развертку: а) цилиндра; б) конуса.

38. Найдите площадь поверхности: а) куба; б) правильного тетраэдра; в) октаэдра, г) икосаэдра, если их ребра равны 5 дм.

39. Найдите площадь: а) боковой; б) полной поверхности прямой треугольной призмы, если ее боковое ребро равно 15 см, а стороны основания равны 10 см, 12 см и 10 см.

40. Найдите площадь: а) боковой; б) полной поверхности правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро равно 13 см, а апофема (высота боковой грани, проведенная к основанию) – 5 см.

41. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна 480 см2. Высота призмы относится к стороне основания как 8 : 5. Найдите высоту призмы и сторону основания.

42. Сколько прямоугольных листов жести размером 2 м x 1 м понадобится для покрытия крыши башни, имеющей форму пирамиды с квадратным основанием, сторона которого равна 2,5 м, а длина ската крыши равна 3 м? Учесть, что на швы и обрезки пойдет 0,5 листа.

43. Сколько потребуется краски, чтобы покрасить печь цилиндрической формы, диаметр основания которой равен 15 дм, а высота 30 дм, если на один квадратный метр расходуется 200 г?

44. Высота конуса равна 24 см, радиус основания равен 7 см. Найдите площадь: а) боковой; б) полной поверхности конуса.

45. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см x 40 см?

46. Рассчитайте, какова должна быть площадь кабинета высотой 3,5 м для класса в 28 человек, если на каждого ученика нужно 7,5 м3 воздуха.

47. Найдите объем и площадь поверхности правильной шестиугольной призмы, если сторона основания относится к боковому ребру как 2 : 5 и радиус вписанной в основание окружности равен см.

48. Из медного листа толщиной 4 мм вырезали квадрат, правильные треугольник и шестиугольник, каждый многоугольник со стороной 10 см. Какие многогранники получились и как относятся их объемы?

49. Запишите формулу объема цилиндра: а) через его высоту (*h*) и длину окружности основания *c*; б) диаметр *D* основания которого равен его образующей.

50. Сколько чугунных труб длиной 4 м с наружным диаметром 33,5 мм и толщиной 3,25 мм можно погрузить на четырехтонный грузовик (удельный вес чугуна 7,3 г/см3)?

**ОТВЕТЫ**

**6.** а), б), в) Да. **7.** а) Да; б), в) не обязательно. **9.** а) 20-угольник; б) 30-угольник. **10.** а) 2160°; б), в) 1440°; г) 6480°. **11.** а), б) 3; в), г) 4; д) 2; е) 3. **12.** а), б) 60°; в) 90°; г), д)  . **13.** 90°, 60°. **15.** а) 1; б) 3; в) 6; г) . **19.** Например, пространственный крест (рис. 58). **20.** Нет. **24.** а) В = 4, Р = 6, Г = 4; б) В = 8, Р = 12, Г = 6; в) В = 6, Р = 12, Г = 8; г) В = 20, Р = 30, Г = 12; д) В = 12, Р = 30, Г = 20. **25.** см; В = 12, Р = 24, Г = 14. **26.** Например, пятиугольная бипирамида, у которой все грани правильные треугольники. **27.** ; октаэдр. **28.** . **29.** Усеченного икосаэдра; Г = 32, из них 12 – правильные пятиугольники и 20 – правильные шестиугольники. **34.** а) Усеченный тетраэдр; б) пятиугольная правильная призма; в) четырехугольная правильная антипризма; г) восьмиугольная правильная пирамида. **38.** а) 150 дм2; б)  дм2; в) дм2; г) дм2. **39.** а) 480 см2; б) 576 см2. **40.** а) 180 см2; б) см2. **41.** 16 см, 10 см. **42.** 8 листов. **43.** ≈2,8 кг. **44.** а) 175πсм2; б) 224πсм2. **45.** 90 досок. 46. 60 м2. **47.** 120см3; 24(+10) см2. **48.** Четырехугольная, треугольная и шестиугольная правильные призмы; 4 :  : 6. **49.** а) *V = *; б) *V =*. **50.** 440.



**§ 7. ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ**

***Задачи на доказательство***

1. Докажите, что два равновеликих треугольника равны, если имеют по два соответственно равных угла.

2. Докажите, что в описанной равнобедренной трапеции диаметр окружности есть среднее геометрическое ее оснований (т.е. равен , где *a*, *b* – основания трапеции).

3. Внутри треугольника взята произвольная точка. Докажите, что сумма отношений расстояний от этой точки до сторон углов к высотам, опущенным на те же стороны, равна 1.

4. Докажите, что площадь кругового кольца, заключенного между двумя концентрическими окружностями, равна площади круга, диаметр которого равен хорде большей окружности, касающейся меньшей окружности.

5. Около треугольника *ABC* описана окружность. Продолжения высот *AA*1 и *BB*1 пересекают ее соответственно в точках *D*  и *E*. Докажите, что: а) точка *C* делит дугу *DE* пополам; б) точки *A*1 и *B*1 делят отрезки соответственно *HD* и *HE* пополам, где *H* – ортоцентр данного треугольника.

6. Из центра окружности на стороны вписанного в нее четырехугольника опущены перпендикуляры. Докажите, что площадь данного четырехугольника в два раза больше площади четырехугольника, вершинами которого являются основания опущенных перпендикуляров.

7. В треугольнике *ABC* построены биссектрисы *BL* и *BK* соответственно внутреннего и внешнего углов *B* треугольника. Из точки *A* опущен перпендикуляр *AD* на *BL*, а из *C* – *CE* на *BK*. *F* – точка пересечения *AD* и *CE*, *G* – точка пересечения *AF* и *BC*. Докажите, что треугольник *ABC* равновелик четырехугольнику *BDFE*.

8. Докажите, что у трапеции, вписанной в окружность, точки пересечения диагоналей, боковых сторон и центр описанной окружности принадлежат одной прямой, перпендикулярной ее основаниям.

9. Из точки *M* вне окружности проведены две касательные *MA* и *MB*, где *A* и *B* – точки касания. Через произвольную точку дуги *AB* проведена третья касательная, пересекающая первые две в точках *C* и *D* соответственно. Докажите, что величина угла *COD* (*O* – центр данной окружности) не зависит от выбора точки на дуге *AB*.

10. Точки *E*, *F*, *G* и *H* – середины сторон соответственно *AB*, *BC*, *CD* и *DA* произвольного четырехугольника *ABCD*. Докажите, что центроиды треугольников *CEH* и *AFG* совпадают.

***Задачи на построение***

11. Постройте треугольник *ABC* по углу α и высотам *BH = hb*, *CP = hc*.

12. Постройте окружность данного радиуса *R*, проходящую через данную точку *A* и касающуюся данной прямой *a*.

13. Постройте ромб по высоте *h* и диагонали *d*.

14. В данный треугольник впишите ромб, имеющий с треугольником общий угол.

15. Постройте треугольник по двум углам и радиусу: а) вписанной в него окружности; б) описанной около него окружности.

16. Через точку *M*, данную внутри угла *AOB*, проведите прямую, отсекающую на сторонах угла отрезки, отношение которых равно 2 : 3.

17. В данный квадрат впишите правильный восьмиугольник (четыре стороны восьмиугольника лежат на сторонах квадрата).

18. Постройте параллелограмм, площадь которого в восемь раз меньше площади данного треугольника.

19. Даны отрезки *AB* и *CD*. Найдите ГМТ *M*, для которых треугольники *ABM* и *CDM* равновелики.

20. Даны две концентрические окружности. Постройте круг площади в четыре раза большей площади данного кольца.

***Задачи на вычисление***

21. В треугольнике *ABC* ∠*A =* 80°, ∠*B =* 40°. Из вершины *C* проведены высота *CH* и биссектриса *CL*. Найдите угол *HCL*.

22. Из вершины прямоугольника опущен перпендикуляр на его диагональ, основание которого делит ее в отношении 1 : 3. Найдите диагонали прямоугольника, если расстояние от точки их пересечения до большей стороны равно 4,8 см.

23. В равнобедренной трапеции диагональ является биссектрисой тупого угла, большее основание меньше периметра на *m* см, а средняя линия равна *n* см. Найдите основания трапеции.

24. Одна из двух хорд, образующих вписанный угол, делит окружность в отношении 3 : 13, другая – в отношении 4 : 21. Найдите данный угол.

25. Расстояния от центроида треугольника до его сторон относятся как 2 : 3 : 4. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 117 см.

26. Даны две параллельные прямые *a* и *b*. Из точки *A*, принадлежащей прямой *a*, проведены перпендикуляр *AH* и наклонная *AB* к прямой *b*. Из точки *B* проведена наклонная *BC* к прямой *a*, которая пересекает перпендикуляр *AH* в точке *D*. Найдите угол *ABH*, если *DC =* 2*AB* и*ACD =* α.

27. В треугольнике *ABC* проведена медиана *BM*, на *BM* взята точка *K* такая, что *BK* : *KM =* 1 : 2. Прямая *AK* пересекает *BC* в точке *L*. Найдите отношение *BL* : *LC*.

28. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Точки касания являются вершинами четырехугольника, площадь которого равна  площади трапеции. Найдите отношение ее оснований.

29. Найдите площадь треугольника по двум его сторонам *a* и *b* и биссектрисе *l* угла между ними.

30. Найдите периметры и площади заштрихованных фигур, изображенных на рисунке 30. Объясните, как они построены, изобразите их.



**ОТВЕТЫ**

**2.** Воспользуйтесь рисунком 59. **3.** Воспользуйтесь рисунком 60. **6.** Воспользуйтесь рисунком 61. **7.** Воспользуйтесь рисунком 62. **14.** Решение показано на рисунке 63. **17.** Решение показано на рисунке 64. **18.** Решение показано на рисунке 65. **21.** 20°. **22.** 19,2 см. **23.** 4*n* – *m*, *m* – 2*n*. **24.** 117°27’. **25.** 27 см, 36 см, 54 см. **26.** 3α. **27.** 1 : 4. **28.** 1 : 3. **29.** . **30.** а) 2π*a*, ; б) 4π*R*, *R*2(2-3).



**§ 8. РЕФЕРАТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ**

Помимо традиционной формы сдачи экзамена по билетам, учащимся может быть предложена другая, альтернативная форма – экзамен в виде реферата. Как правило, такой экзамен выбирают учащиеся, интересующиеся математикой, имеющие высокий уровень усвоения программного материала, хорошие и отличные итоговые оценки.

В подготовке реферата выделяются следующие основные этапы:

1. Выбор темы реферата из предложенного перечня.

2. Составление плана работы, предусматривающего промежуточную аттестацию руководителем – учителем математики.

3. Разработка структуры реферата.

4. Подбор необходимой литературы.

5. Написание текста реферата.

6. Сдача реферата на отзыв руководителю.

7. Защита реферата.

Учащимся, выбравшим экзамен в виде защиты реферата, заранее предлагается список возможных тем, утвержденный Педагогическим советом школы. По усмотрению учителя это можно сделать, например, в начале второго полугодия 9-го класса. Тема реферата может быть непосредственно связана с изучаемым материалом, углубляя, расширяя и дополняя его. Вместе с тем, она может выходить за рамки предусмотренной программы и касаться исторических аспектов математики, ее ярких приложений, богатых связей с современностью и т.п. Предложенные темы должны удовлетворять запросы, склонности, интересы учащихся.

Приведем пример возможного перечня тем рефератов по геометрии для девятиклассников.

 1. Замечательные точки треугольника.

2. Задачи на построение.

 3. Геометрические места точек.

4. Удивительный квадрат.

 5. Некоторые теоремы об окружности.

6. Решение задач с помощью дополнительных построений.

7. Геометрические преобразования на плоскости.

8. Правильные и полуправильные многоугольники.

9. Вписанные и описанные многоугольники.

10. Задачи на векторный метод.

11. Задачи на координатный метод.

12. Применение подобия к доказательству теорем и решению задач.

13. Равновеликость и равносоставленность многоугольников.

14. Геометрические задачи на максимум и минимум.

15. Симметрия на плоскости.

16. Задачи Л. Эйлера.

17. Замечательные кривые: парабола, эллипс, гипербола.

18. Золотое сечение.

19. Аналитическое задание фигур на плоскости (прямой, окружности, параболы, эллипса, гиперболы).

20. Различные доказательства теоремы Пифагора.

21. Паркеты из многоугольников.

22. Циклоидальные кривые.

23. Раскраска карт на плоскости.

24. Элементы теории графов.

25. Элементы стереометрии.

После выбора темы реферата учащийся со своим руководителем составляют индивидуальный план работы, т.е. оговариваются календарные сроки сдачи подготовленного материала и время необходимых консультаций.

Поскольку для учащихся 9-го класса написание такого реферата – это одно из первых серьезных исследований, хорошо, если учитель сам предложит структуру работы и порекомендует нужную литературу. В оглавлении реферата не должно быть много пунктов, оптимально 4-6. Объем реферата – приблизительно 20 – 30 страниц.

Одной из целей написания реферата является знакомство учащихся с научно-популярной литературой и формирование умения с ней работать. Это важная составляющая исследования. В связи с этим учитель может сам предложить учащимся структуру реферата по выбранной теме и рекомендовать литературу.

Рассмотрим примерные планы и списки литературы для указанных тем. В качестве дополнительной литературы можно использовать лекции по элементарной геометрии для студентов педагогических вузов, помещенные на данном сайте.

Тема «Замечательные точки треугольника»

## План

 1. Четыре замечательные точки треугольника: центр описанной окружности, центр вписанной окружности, центр тяжести (центроид) и ортоцентр.

 2. Теорема Чевы.

 3. Теорема Менелая.

 4. Теоремы о пересечении в одной точке: а) медиан; б) биссектрис; в) высот треугольника. Различные доказательства.

 5. Прямая Эйлера.

Литература

1. 1.     Александров А.Д. и др. Геометрия для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. – 3-изд. – М.: Просвещение, 1996, с. 407.
2. 2.     Атанасян Л.С. и др. Геометрия: Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса. – М.: Просвещение, 1996, с. 92.
3. 3.     Готман Э.Г. Прямая Эйлера /Математический кружок: Геометрия. Выпуск 1. – М.: Бюро Квантум, 1998, с. 23. (Приложение к журналу «Квант». – 1998. - № 1).
4. 4.     Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 156.
5. 5.     Шарыгин И.Ф. Узнайте точку /Математический кружок. – М.: Бюро Квантум, 1999, с. 46. (Приложение к журналу «Квант». – 1999. - № 3).

Тема «Задачи на построение»

## План

 1. Простейшие задачи на построение.

 2. Основные этапы решения задачи на построение.

 3. Различные методы решения задач на построение.

 4. Примеры решения задач на построение.

## Литература

1. **1.     Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2000, с. 55.**
2. 2.     Прасолов В.В. Три классические задачи на построение. – М.: Наука, 1992.
3. 3.     Савин А.П. Геометрические построения /Факультативный курс по математике: Учебное пособие для 7-9 классов средней школы. Сост. И.Л. Никольская. – М.: Просвещение, 1991, с. 66.
4. 4.     Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 87.
5. 5.     Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 классы: Учебник для общеобразовательных учебных заведений. – М.: Дрофа, 1997, с. 79.

Тема «Геометрические места точек»

## План

 1. Определение геометрического места точек.

 2. Сущность метода геометрических мест.

 3. Основные геометрические места точек на плоскости.

 4. Примеры задач на геометрические места точек.

## Литература

1. **1.     Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2000, с. 61.**
2. 2.     Савин А.П. Метод геометрических мест /Факультативный курс по математике: Учебное пособие для 7-9 классов средней школы. Сост. И.Л. Никольская. – М.: Просвещение, 1991, с. 74.
3. 3.     Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 84.
4. 4.     Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 классы: Учебник для общеобразовательных учебных заведений. – М.: Дрофа, 1997, с. 76.

Тема «Удивительный квадрат»

## План

 1. Определения квадрата.

 2. Замечательные свойства квадрата.

 3. Задачи на разрезание квадрата.

 4. Построения при помощи перегибания квадратного листа бумаги.

 5. Танграм и другие головоломки, связанные с квадратом.

## Литература

1. 1.     Квадрат //Квант. – 1989. - № 5. – С. 40.
2. 2.     Кордемский Б.А., Русалев Н.В. Удивительный квадрат. – М.: Столетие, 1994.
3. 3.     Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике: Книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1995, с.38.
4. 4.     Сергеев И.Н. и др. Примени математику. - М.: Наука, 1989, с.172.

***Тема «Некоторые теоремы об окружности»***

План

1. Число точек, определяющих окружность.

2. Зависимость длин хорд от их расстояния от центра.

3. Взаимное расположение прямой и окружности.

4. Измерение углов, связанных с окружностью.

5. Взаимное расположение двух окружностей.

Литература

1. 1.      Геометрия: Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса / Л.С.Атанасян и др. – М.: Просвещение, 1996, с.121.
2. 2.                          Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. – М.: Просвещение, 1996, с. 61.

3. Киселев А.П. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1996, с. 65.

4. Цукарь А.Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 8 класса. – М.: Просвещение, 1999, с. 35.

5. Шарыгин И.Ф. Углы и окружности // Квант. – 1994. - № 1. – С. 40.

***Тема «Решение задач с помощью дополнительных построений»***

План

1. Роль дополнительных построений при решении планиметрических задач.

2. Удвоение медианы треугольника.

3. Проведение вспомогательной биссектрисы треугольника.

4. Проведение прямой, параллельной или перпендикулярной одной из данных прямых.

5. Построение вспомогательной окружности.

Литература

 1. Белый С. Учитесь делать дополнительные построения / Практикум абитуриента: Геометрия. Выпуск 1. (Планиметрия) / Под редакцией А.А.Егорова. – М.: Бюро Квантум, 1996, с. 76 (Приложение к журналу «Квант». – 1996. - № 1).

 2. Герасимова А.Д. К стратегии поиска дополнительных построений // Математика в школе. – 1996. - № 3. – С. 15.

 3. Герасимова А.Д. Обоснование дополнительных построений при доказательстве теорем // Математика в школе. – 1994. - № 5. – С. 30.

 4. Готман Э.Г. Вспомогательная окружность //(Приложение к журналу «Квант» №1/1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с. 11

 5. Мордкович А.Г. Беседы с учителями математики. – М: Школа-Пресс, 1995, с. 221.

 6. Тарасенкова Н.А. Пропедевтический этап обучения поиску дополнительных построений // Математика в школе. – 2000. - № 4. – С. 32.

***Тема «Геометрические преобразования на плоскости»***

План

 1. Движения и их свойства.

 2. Центральная симметрия.

 3. Поворот.

 4. Осевая симметрия.

 5. Параллельный перенос.

 6. Равенство фигур.

 7. Классификация движений.

 8. Задачи по данной теме.

Литература

 1. Болтянский В.Г. Геометрические преобразования плоскости /Факультативный курс по математике: Учебное пособие для 7-9 классов средней школы. Сост. И.Л. Никольская. – М.: Просвещение, 1991, с. 206.

 2. Болтянский В.Г. Движения плоскости / Школа в Кванте. Геометрия / Под редакцией А.А.Егорова. – М.: Бюро Квантум, 1995, с. 4 (Приложение к журналу «Квант» – 1995. - № 1).

 3. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. – М.: Просвещение, 1996, с. 5.

 4. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 9 класса / Л.С.Атанасян и др. – М.: Просвещение, 1997, с. 108.

 5. Семенов Е.Е. За страницами учебника геометрии. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999, с. 143.

 6. Цукарь А.Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 9 класса. – М.: Просвещение, 2000, с. 3.

***Тема «Правильные и полуправильные многоугольники»***

План

 1. Определение правильного многоугольника.

 2. Равноугольно–полуправильные и равносторонне–полуправильные многоугольники.

 3. Построение правильных многоугольников.

 4. Элементы симметрии правильных многоугольников.

 5. Паркеты из правильных многоугольников.

 6. О сумме углов выпуклых и звездчатых многоугольников.

Литература

 1. Атанасян Л.С. и др. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 9 класса. – М.: Просвещение, 1997, с. 86.

 2. Киселев А.П. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1996, с. 133.

 3. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике. – М.: Просвещение, 1995, с. 49.

 4. Сергеев И.Н. и др. Примени математику. – М.: Наука, 1989, с. 139.

 5. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 149.

 6. Смирнова И.М., Смирнов В.А. О сумме углов звездчатых многоугольников // Математика. – 2002. - № 1. – С. 31.

***Тема «Вписанные и описанные многоугольники»***

План

 1. Вписанные и описанные треугольники.

 2. Вписанные окружности.

 3. Вписанные и описанные четырехугольники.

 4. Правильные многоугольники.

 5. Некоторые теоремы, связанные с вписанными и описанными окружностями.

Литература

 1. Атанасян Л.С. и др. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 8 класса. – М.: Просвещение, 1996, с. 149.

 2. Гохидзе М.Г. К теме «Вневписанная окружность» //Математика в школе. – 1990. - № 2. – С. 59.

 3. Киселев А.П. Элементарная геометрия . – М.: Просвещение, 1996, с. 82.

 4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 149.

5. Хонсбергер Р. Старая японская теорема // Квант. – 1990. - № 7. – С. 54.

 6. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 классы: Учебник для общеобразовательных учебных заведений. – М.: Дрофа, 1997, с. 213.

 7. Несколько эпизодов из жизни вписанных и описанных окружностей // Квант. – 1990. - № 8. – С. 66.

***Тема «Задачи на векторный метод»***

План

 1. Исторические аспекты векторного исчисления.

 2. Понятие вектора.

 3. Сложение и вычитание векторов.

 4. Умножение вектора на число.

 5. Скалярное произведение векторов.

Литература

 1. Атанасян Л.С. и др. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 8 (9 класс). – М.: Просвещение, 1996 (1997), с. 177 (с. 59).

 2. Габович И. Векторы помогают на экзамене // Приложение к журналу «Квант» № 1/1996. - М.: Бюро Квантум, 1996, с. 108.

 3. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. – М.: Просвещение, 1996, с. 68.

 4. Дорофеева А.В. Из истории векторного исчисления // Математика в школе. – 1998. - № 2. – С. 91.

 5. Лопшиц А. Векторное решение аффинных задач // Приложение к журналу «Квант» № 1/98. – М.: Бюро Квантум, 1998, с. 90.

 6. Семенов Е.Е. За страницами учебника геометрии. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999, с. 211.

 7. Скопец З.А. Геометрические миниатюры. – М.: Просвещение, 1990, с. 28.

***Тема «Задачи на координатный метод»***

План

 1. Жизнь и творчество Р.Декарта.

2. Координаты на прямой.

3. Прямоугольная система координат.

4. Решение задач на координатный метод.

5. Полярная система координат.

Литература

 1. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. – М.: Просвещение, 1996, с. 83.

 2. Котова А. Жизнь Декарта // Квант. – 1996. - № 3. С. 3.

 3. Семенов Е.Е. За страницами учебника геометрии. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999, с. 137.

 4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Полярные координаты /Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 294.

 5. Степанов М. Рене Декарт. К 400-летию со дня рождения //Математика. – 1996. - № 12. – С. 15.

 6. Факультативный курс по математике: Учебное пособие для 7-9 классов средней школы /Сост. И.Л.Никольская. – М.: Просвещение, 1991, с. 135.

 7. Феоктистов И.Е. Материалы по теме «Декартовы координаты на плоскости» // Математика в школе. – 1994. - № 3. – С. 17.

***Тема «Применение подобия к доказательству теорем и решению задач»***

План

 1. Подобие треугольников.

 2. Признаки подобия треугольников.

 3. Подобие фигур.

 4. Понятие гомотетии.

 5. Решение задач методом подобия.

Литература

 1. Гейдман Б. Гомотетия и замечательные точки в треугольнике //Приложения к журналу «Квант» № 1/1995. - М.: Бюро «Квантум», 1995, с. 18.

 2. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. – М.: Просвещение, 1996, с. 23.

 3. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 8 класса /Атанасян Л.С. и др. – М.: Просвещение, 1996, с. 73.

 4. Киселев А.П. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1996, с. 94.

 5. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике. – М.: Просвещение, 1995, с. 45.

 6. Семенов Е.Е. За страницами учебника геометрии. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1999, с. 162.

***Тема «Равновеликость и равносоставленность»***

План

 1. Понятие равновеликости фигур.

2. Понятие равносоставленности фигур.

3. Теорема о равносоставленности равновеликих многоугольников.

4. Задачи на разрезание.

Литература

1. Александров А.Д. и др. Геометрия для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1996, с. 340.

2. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1984, с. 114.

3. Смирнова И.М. В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, с. 108.

4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 253.

5. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 363.

***Тема «Геометрические задачи на максимум и минимум»***

План

1. Понятие экстремальной задачи.

2. Старинные задачи на максимум и минимум.

3. Изопериметрическая задача.

4. Решение экстремальных геометрических задач.

Литература

1. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Занимательные задачи по математике. – М.: Владос, 1999, с. 13.

2. Горнштейн П. И др. Геометрические решения экстремальных геометрических задач //Приложение к журналу «Квант» № 3/1996. – М.: Бюро «Квантум», 1996, с. 33.

3. Готман Э.Г. Поиск рационального решения задачи на экстремум //Математика в школе. – 1997. - № 6. – С. 40.

4. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Часть I. – 2-е изд. – М.: Наука, 1991, с. 282.

5. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. – М.: Наука, 1986 (Библиотечка «Квант», выпуск 56).

***Тема «Симметрия на плоскости»***

План

1. Понятие о симметрии.

2. Симметрия в окружающем мире.

3. Виды симметрии.

4. Свойства симметрий.

5. Композиции симметрий.

6. Симметрия помогает решать задачи.

Литература

 1. Гейдман Б. Осевая симметрия //Приложение к журналу «Квант» № 1/1995. – М.: Бюро «Квантум», 1995, с. 15.

 2. Гончарова С.Г., Кукин Г.П. Конструктор «В мире симметрии» //Математика в школе. – 1996. - № 3. – С. 60.

 3. Зеркальная симметрия //Квант. – 1992. - № 3. – С. 40.

 4. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Часть I. – 2-е изд. – М.: Наука, 1991, с. 47, с. 56.

 5. Тарасов Л.В. Этот удивительно симметричный мир. – М.: Просвещение, 1982.

 6. Цукарь А.Я. Дидактические материалы по геометрии с элементами исследования для 9 класса. – М.: Просвещение, 2000, с. 11, с. 30.

***Тема «Задачи Л. Эйлера»***

План

1. Жизнь и творчество Л. Эйлера.

2. Прямая Эйлера.

3. Окружность Эйлера.

4. Формула Эйлера (связывающая радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника с расстоянием между их центрами).

Литература

 1. Готман Э. Прямая Эйлера //Приложение к журналу «Квант» № 1/1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с. 23.

 2. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 8 класса /Атанасян Л.С. и др. – М.: Просвещение, 1996, с. 149.

 3. Дополнительные главы к школьному учебнику геометрии 9 класса /Атанасян Л.С. и др. – М.: Просвещение, 1997, с. 78, с. 129.

 4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 110.

 5. Факультативный курс по математике: Учебное пособие для 7-9 классов средней школы /Сост. И.Л. Никольская. – М.: Просвещение, 1991, с.96.

 6. Шарыгин И.Ф. и др. Окружность девяти точек и прямая Эйлера //Приложение к журналу «Квант» № 1/1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с. 31.

***Тема «Замечательные кривые*: *парабола, эллипс, гипербола»***

План

1. Исторические сведения.

2. Определения.

3. Свойства.

4. Построение.

5. Задачи.

Литература

1. Бронштейн И. Эллипс. Гипербола. Парабола. //Приложение к журналу «Квант» № 2/2001. – М.: Бюро «Квантум», 2001, с. 5, с. 14, с. 26.

2. Дополнительные главы к учебнику геометрии 9 класса /Атанасян Л.С. и др. – М.: Просвещение, 1997, с. 18.

3. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 92.

4. Энциклопедический словарь юного математика /Сост. А.П.Савин. – 3-е изд. – М.: Педагогика-Пресс, 1997, с. 80, с. 231, с. 346.

5. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 376.

***Тема «Золотое сечение»***

План

1. История возникновения «тайны золотой пропорции».

2. Построение золотого сечения.

3. Золотые прямоугольники.

4. Золотые треугольники.

5. Использование золотого сечения в строительстве и искусстве: живописи, архитектуре, строительстве.

Литература

1. Азевич А.И. От золотой пропорции к ее «производным» //Математика в школе. – 1995. - № 3. – С. 55.

2. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М.: Молодая гвардия, 1990.

3. Волошинов А.В. Математика и искусство. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2000, с. 216.

4. Нафиков Н.Н. Гипотеза об истоке золотого сечения //Математика в школе. – 1994. - № 3. – 76.

5. Смирнова Е.С., Леонидова Н.А. Математическое путешествие в мир гармонии //Математика в школе. – 1993. - № 3. – С.60.

6. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 195.

***Тема «Аналитическое задание фигур на плоскости»***

План

1. Декартова система координат на плоскости.

2. Задание окружности и круга.

3. Прямая и полуплоскость.

4. Выпуклый многоугольник.

5. Уравнения параболы, эллипса, гиперболы.

Литература

См. список литературы к теме «Замечательные кривые: парабола, эллипс, гипербола».

Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 281.

***Тема «Различные доказательства теоремы Пифагора»***

План

1. Жизнь и творчество Пифагора.

2. Знаменитая теорема Пифагора.

3. Доказательство Евклида.

4. Древнекитайское доказательство.

5. Древнеиндийское доказательство.

6. Доказательство с помощью листа бумаги и ножниц.

Литература

1. Волошинов А.В. Пифагор. – М.: Просвещение, 1993, с. 165.

2. Глейзер Г.И. История математики в школе. VII-VIII классы. – М.: Просвещение, 1982, с. 196.

3. Изучаем теорему Пифагора //Математика. – 2001. - № 24.

4. Рубинов Р. По следам теоремы Пифагора //Приложение к журналу «Квант» № 3/ 1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с. 87.

5. Халамайзер А.Я. Пифагор. – М.: Высшая школа, 1994, с. 6, с. 47.

***Тема «Паркеты из многоугольников»***

План

1. Определение паркета.

2. Паркеты из одноименных правильных многоугольников.

3. Паркеты из различных правильных многоугольников.

4. Паркет из произвольного четырехугольника.

5. Другие паркеты.

Литература

1. Болтянский В.Г. Паркет из четырехугольников //Квант. – 1989. - № 11. – С. 57.

2. Заславский А. Паркеты и разрезания //Квант. – 1999. - № 2. – С. 32.

3. Колмогоров А.Н. Паркеты из правильных многоугольников //Квант. – 1986. - № 8. – С. 3.

4. Смирнова И.М. В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, с. 96.

5. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 178.

6. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 298.

***Тема «Циклоидальные кривые»***

План

1. Исторические сведения о теории кривых.

2. Способы задания кривых.

3. Циклоида.

4. Кардиоида.

5. Астроида.

Литература

1. Берман Г.Н. Циклоида. – М.: Наука, 1980.

2. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1984, с. 120.

3. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 219.

4. Циклоида //Квант. – 1988. - № 5. – С. 32.

5. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 381.

***Тема «Раскраска карт на плоскости»***

План

 1. Проблема четырех красок.

 2. Теорема о двух красках (раскраска карты, образованной прямыми).

 3. Теорема о пяти красках (любую карту на плоскости можно раскрасить пятью цветами).

 4. Задачи на раскраску.

Литература

 1. Беспамятных С. Раскраска плоскости и теорема Ван-дер-Вардена //Приложение к журналу «Квант» № 3/1999. – М.: Бюро «Квантум», 1999, с. 103.

 2. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Часть 2. – 2-е изд. – М.: Наука, 1991, с. 146.

 3. Смирнова И.М. Проблема четырех красок, прогулки по тропинкам и мостам /В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, с. 46.

 4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 113.

5. Фоминых Ю.Ф. Задачи на раскраску //Математика в школе. – 1995. - № 6. – С. 45.

***Тема «Элементы теории графов»***

План

 1. Исторические сведения.

 2. Определение и примеры графов.

 3. Задача о кенигсбергских мостах.

 4. Уникурсальные графы.

5. Задачи.

Литература

1. Березина Л.Ю. Графы и их применение: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979.

2. Березина Л.Ю. О графах с цветными ребрами //Приложение к журналу «Квант» № 5/ 1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с. 13.

3. Коннов В.В., Клековкин Г.А., Коннова Л.П. Геометрическая теория графов. – М.: Народное образование, 1999.

4. Энциклопедический словарь юного математика /сост. А.П.Савин. – 3-е изд. – М.: Педагогика, 1997, с. 86.

5. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 105.

6. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 267.

***Тема «Элементы стереометрии»***

План

1. Исторические сведения о возникновении и развитии геометрии.

2. Примеры плоских и пространственных фигур.

3. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

4. Примеры многогранников.

5. Моделирование многогранников.

Литература

1. Баврин И.И., Садчиков В.А. Новые задачи по стереометрии. – М.: Владос, 2000.

2. Геометрия в пространстве /Энциклопедия для детей. Математика. Том 11. – М.: Аванта+, 2001, с. 324.

3. Киселев А.П. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1996, с. 183.

4. Розенфельд Б. Откуда произошли названия геометрических фигур? //Приложение к журналу «Квант» № 3/1998. – М.: Бюро «Квантум», 1998, с.

5. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Начала стереометрии /Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005, с. 300.

6. Спивак А.В. Развертки многогранников //Приложение к журналу «Квант» № 2/2000. – М.: Бюро «Квантум», 2000, с. 29.

Конец формы

Конец формы

Конец формы

Конец формы